

Kreisberührung

aus dem Buch *Sanpo Kigensyu*

herausgeben 1877 von Tokyo Dou

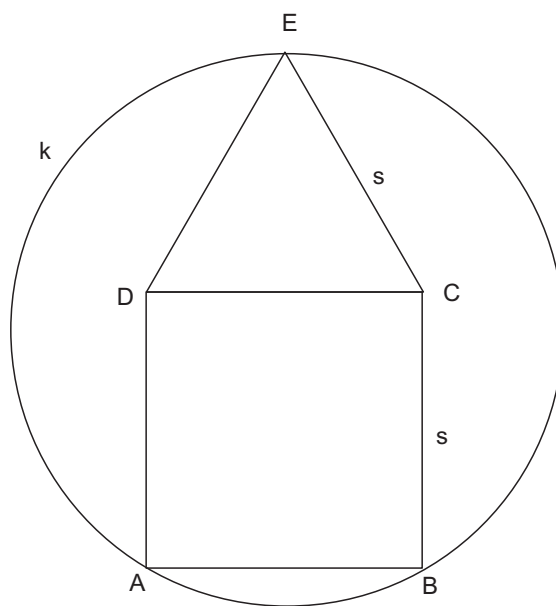


Abbildung 1: Skizze zur Aufgabenstellung

Gegeben sind das gleichseitige Dreieck CDE und das Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge s . Das gleichseitige Dreieck ist dem Quadrat aufgesetzt wie in Abbildung 1 gezeigt. Der Kreis k berührt die Punkte A, B und E . Bestimme den Radius r vom Kreis k .

Lösungsvorschlag I

von Prof. Heinrich Hemme, UNI Aachen

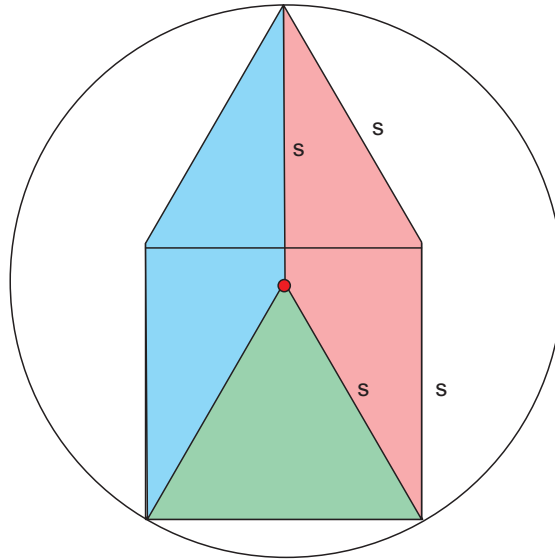


Abbildung 2: Lösungsskizze

Die Aufgabe lässt sich wie folgt einfach lösen: setzt man ein zweites gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge s auf die untere Seite des Quadrats und verbindet die beiden Spitzen der Dreiecke miteinander, entstehen zwei Rhomben der Seitenlänge s . Nun sieht man sofort, dass der rote Punkt der Mittelpunkt des Kreises ist und dass dessen Radius die Länge s hat.

Lösungsvorschlag II

Ingmar Rubin, Berlin

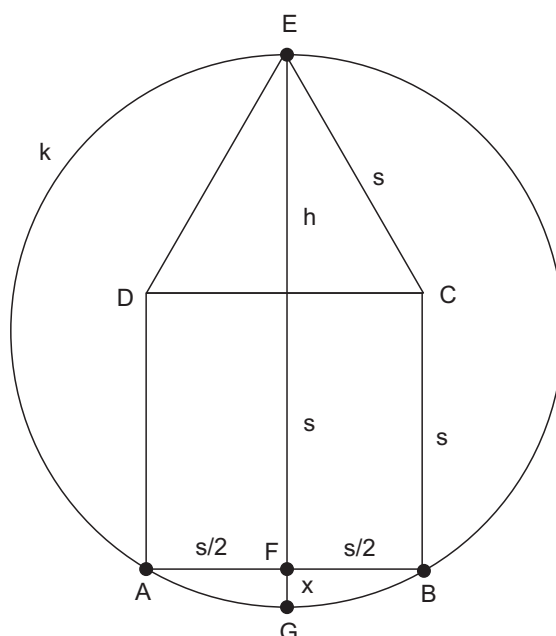


Abbildung 3: Lösungsskizze

Es seien die Punkte- und Streckenbezeichner nach Abbildung 3 gewählt. Im Kreis k kann bezüglich der Sehnen \overline{AB} und \overline{EG} der Sehensatz zur Anwendung kommen.

$$h = \frac{s\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\overline{AF} \cdot \overline{FB} = \overline{FG} \cdot \overline{EF} \quad (2)$$

$$\frac{s^2}{4} = x \cdot (s + h) = x \cdot s \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$x = \frac{s}{2(2 + \sqrt{3})} \quad (4)$$

$$r = \frac{h + s + x}{2} = \frac{s\sqrt{3}}{4} + \frac{s}{2} + \frac{s}{4(2 + \sqrt{3})} = s \quad (5)$$