

## Erfahrungsbericht zum Aufbau eines inversen Pendels

---

### Einleitung

Das inverse Pendel ist ein beliebtes Studienobjekt in den Ingenieurwissenschaften Regelungstechnik, Elektrotechnik und Maschinenbau. Dabei soll ein frei schwingendes Pendel senkrecht nach oben balanciert werden, ähnlich dem Balancieren eines Bleistiftes auf dem Finger. Das Pendel ist an einem beweglichen Wagen befestigt, der die nötigen Ausgleichbewegungen durchführt.

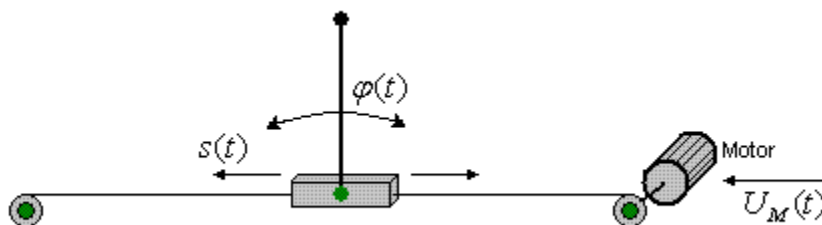


Bild 1: Grundprinzip eines inversen Pendels

Das inverse Pendel ist von seiner theoretischen Modellierung und seinen Anforderungen an eine Stabilisierung her gesehen durchaus komplex, gleichzeitig aber von seinem einfachen Aufbau und seiner Anschaulichkeit her kaum zu übertreffen. Diese Eigenschaften machen das inverse Pendel weltweit zu beliebten Lehr- und Praktikumsobjekten im Fachbereich der Regelungstechnik. Die Problemstellung beim inversen Pendel ist dementsprechend bereits gut erforscht, aber dennoch nach wie vor spannend, da hier verschiedene Forschungsbereiche wie Robotik, Kontrolltheorie und rechnergestützte Regelung kombiniert werden. Da es sich bei diesem System um ein nichtlineares, instabiles System handelt, eignet es sich hervorragend als Experimentierplattform für das Überprüfen bestehender und dem Entwickeln neuer Regelungsalgorithmen.

Die Realisierung eines geeigneten Reglers kann mittels verschiedener Entwurfsstrategien erfolgen, hier seien [PID-Regler](#), Regler mit Polvorgabe, LQR-Regler, Fuzzy Systeme oder Neuronale Netze genannt. Oft wird auch das Aufschwingen des Pendels aus der Nulllage durch Bewegungen des Wagens realisiert. Dafür sind nichtlineare Herangehensweisen wie Energieansätze erforderlich.



Bild2 : das inverse Pendel im Laboraufbau

## Aufbauvarianten des Inversen Pendels

- a) Das lineare inverse Pendel (Inverted-Pendulum): das Pendel ist dabei auf einem Schlitten montiert und der Schlitten läuft auf einer Linearführung, sowie in den Bildern 1, 2 und 3 gezeigt. Steigerungsformen sind dann das Zweifach- und Dreifachpendel, bei denen der Pendelarm nochmals unterteilt ist



Bild 3: inverses Pendel mit Linearführung

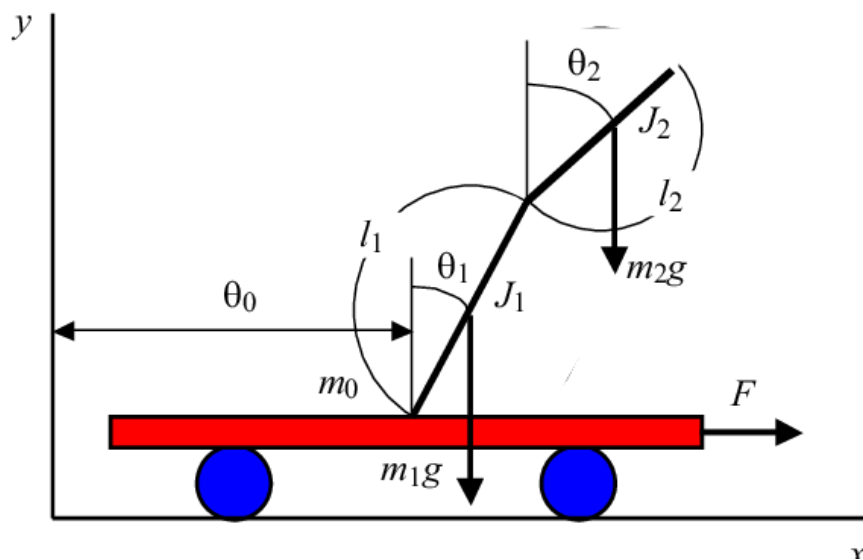


Bild 4: inverses Doppelpendel

- b) Das rotierende inverse Pendel (Rotary-Inverted-Pendulum): das Pendel ist am Ende eines rotierenden Arms befestigt. Der Arm wird von einem Motor angetrieben der die notwendige Ausgleichbewegung erzeugt. Dieser Aufbau ist sehr beliebt und mechanisch etwas einfacher zu realisieren als das lineare Pendel.

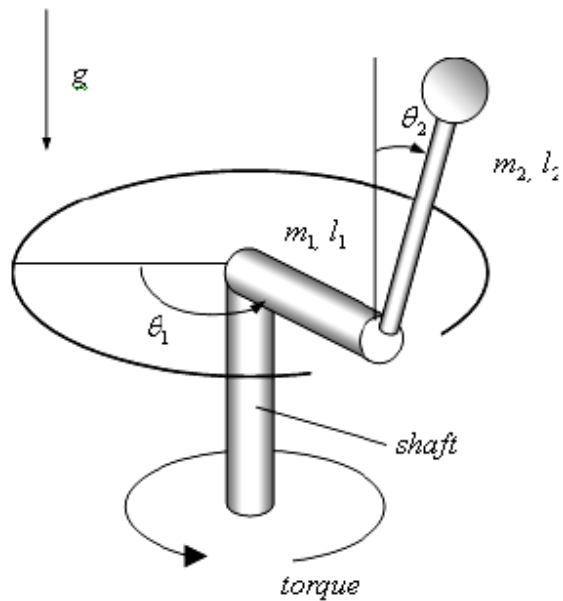


Bild 5: Grundprinzip des rotierenden, inversen Pendels



Bild 6: Aufbau eines rotierenden inversen Pendels

- c) Das räumliche, inverse Pendel (spherical inverted pendulum), das Pendel kann in alle Richtungen ausschlagen, der mechanische Aufbau und die Regelung sind besonders anspruchsvoll.



Bild 7: Aufbau eines sphärischen inversen Pendels

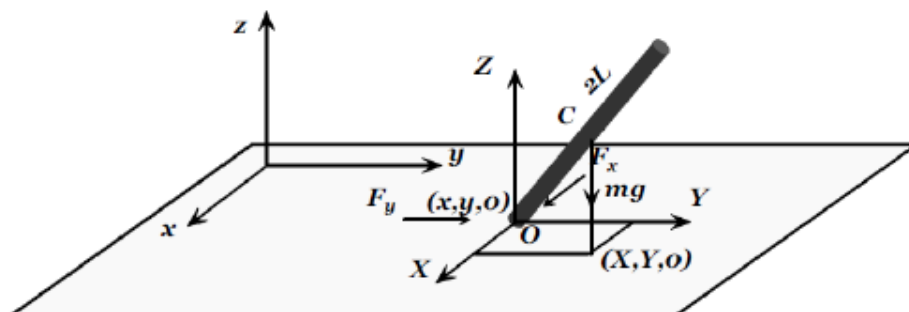


Bild 8: Prinzip eines sphärischen inversen Pendels

### Quellen im Internet

Im Internet finden sich zahlreiche Beiträge und Diplomarbeiten die sich mit dem Aufbau und der Analyse des inversen Pendels beschäftigen. Auf YouTube findet man unter dem Stichwort „inverses Pendel“, „inverted pendulum“ oder „rotary inverted pendulum“ diverse Videoclips. Dabei werden neben dem Einfachpendel auch Doppel- oder Dreifachpendel vorgeführt. Einige der Arbeiten beschränken sich auf die Simulation in MATLAB. Die Arbeiten in denen der praktische Aufbau realisiert wurde, zeigen deutlich wie schwierig es ist Theorie und Praxis in Einklang zu bringen. Fazit all dieser Arbeiten ist:

- große Sorgfalt ist auf einen stabilen mechanischen Aufbau zu legen
- Auswahl geeigneter Sensoren zur Erfassung des Pendelwinkels und der Schlittenposition
- Gedanken über die Echtzeitfähigkeit des Mikrorechners für die Prozessdatenverarbeitung

Die folgende Liste zeigt eine kleine Auswahl. Viele der Arbeiten sind in englischer Sprache verfasst.

- [https://de.wikipedia.org/wiki/Inverses\\_Pendel](https://de.wikipedia.org/wiki/Inverses_Pendel)
- [UNI Ulm](#)
- [Diplomarbeit Tobias Migge](#)
- [Diplomarbeit TU Dresden](#)
- [Facharbeit Inverses Pendel](#)
- [Forschungsbericht Doppelpendel](#)
- [Diplomarbeit TU Chemnitz](#)
- [Robotikpraktikum](#)
- [Aufbauanleitung eines selbstbalancierenden Roboters](#)

YouTube Links

[Aufbaubericht eines inversen Pendels](#) bester Praxisbericht einschließlich kompletter Arduino Code!

[Doppel Pendel TU Wien](#)

[Dreifach Pendel TU Wien](#)

[Inverses Pendel Hochschule Merseburg](#)

[Inverses Pendel Technikum Wien](#)

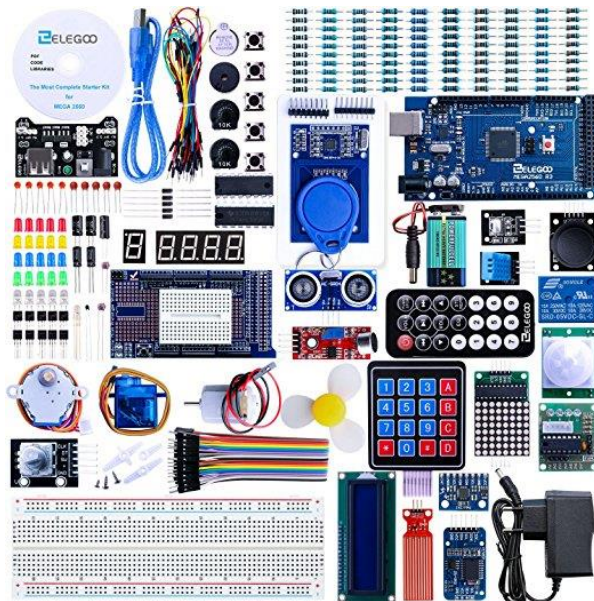
[The Cubli Balance](#)

## Zielsetzung

Es soll unter den Bedingungen eines „Hobby Makers“ ein inverses Pendel aufgebaut werden. Die Kosten der Einzelteile liegen in Summe zwischen 150€ ... €190, je nach Wahl der Einzelteile. Für die Montage werden keine Spezialwerkzeuge oder Maschinen wie Fräse oder Drehbank benötigt. An Werkzeugen sollte vorhanden sein: Bohrmaschine, Gewindebohrer, Feile und ein Satz Schraubendreher bzw. Bits. Die Materialien sind sämtlich über das Internet (Ebay, Amazon, usw.) bestellbar bzw. auf Baumärkten erhältlich. Als elektronische Steuerung wird ein [Arduino Mega Board](#) benutzt (Preis € 13.- bei Amazon).



Ein paar Grundkenntnisse in der Programmierung des [Arduino](#) werden vorausgesetzt. Als Einstieg in die Welt des Arduino Mikrokontrollers sei der Baukasten von [Elegoo](#) empfohlen, der gleich das Arduino Mega Board enthält.



An Hand zahlreicher Beispiele wird die Programmierung Schritt für Schritt erläutert. Man erhält einen guten Einblick in die Welt der Sensoren (Temperatur, Entfernung, Beschleunigung usw.). Weiterhin findet man für den Arduino zahlreiche Beiträge und Programme bzw.

Programmbibliotheken im Internet sowie diverse Bücher. Der Autor hat mit dem [Arduino Kochbuch](#) sehr gute Erfahrungen gemacht.

### Das mechanische Grundgerüst

Die erste Hürde beim Aufbau eines Inversen Pendels ist eine stabile Linearführung mit leicht beweglichen Schlitten auf dem das eigentliche Pendel befestigt ist. Noch vor zehn Jahren war so etwas für einen normalen Hobbybastler nicht einfach zu beschaffen bzw. aufzubauen. Häufig wurden ausgediente Tintenstrahl-Drucker als mechanische Basis benutzt (der Druckkopf bewegt sich entlang einer Linearführung). Der Nachteil dieser Lösung ist ein recht kurzer Fahrweg (< 40cm) für den Schlitten, so dass für regelungstechnische Experimente wenig Freiraum verbleibt.

In den zurückliegenden Jahren ist der Aufbau von kleinen CNC Fräsmaschinen und 3D-Druckern bei vielen Hobby-Makern ein beliebtes Objekt geworden. In diesem Zusammenhang haben sich zahlreiche Firmen auf die Fertigung von Linearachsen und Antrieben spezialisiert, wie das folgende Produkt der Firma IGUS zeigt.

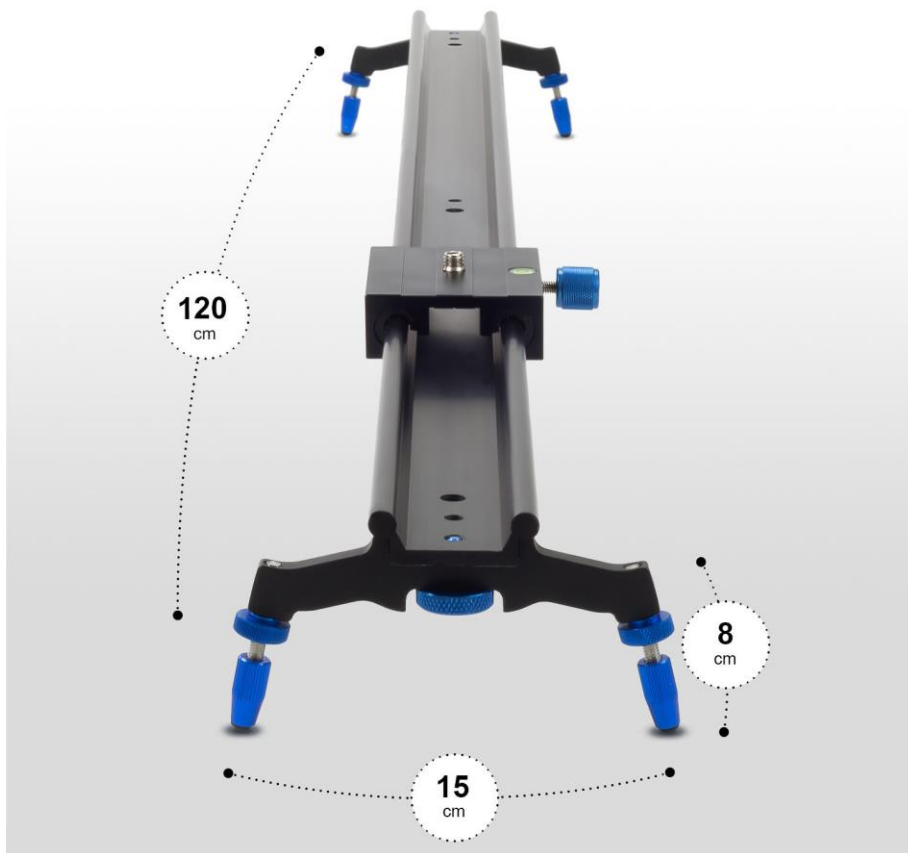


Komplett montierte [IGUS Zahnriemenachse drylin® ZLW](#) (€ 268.-)

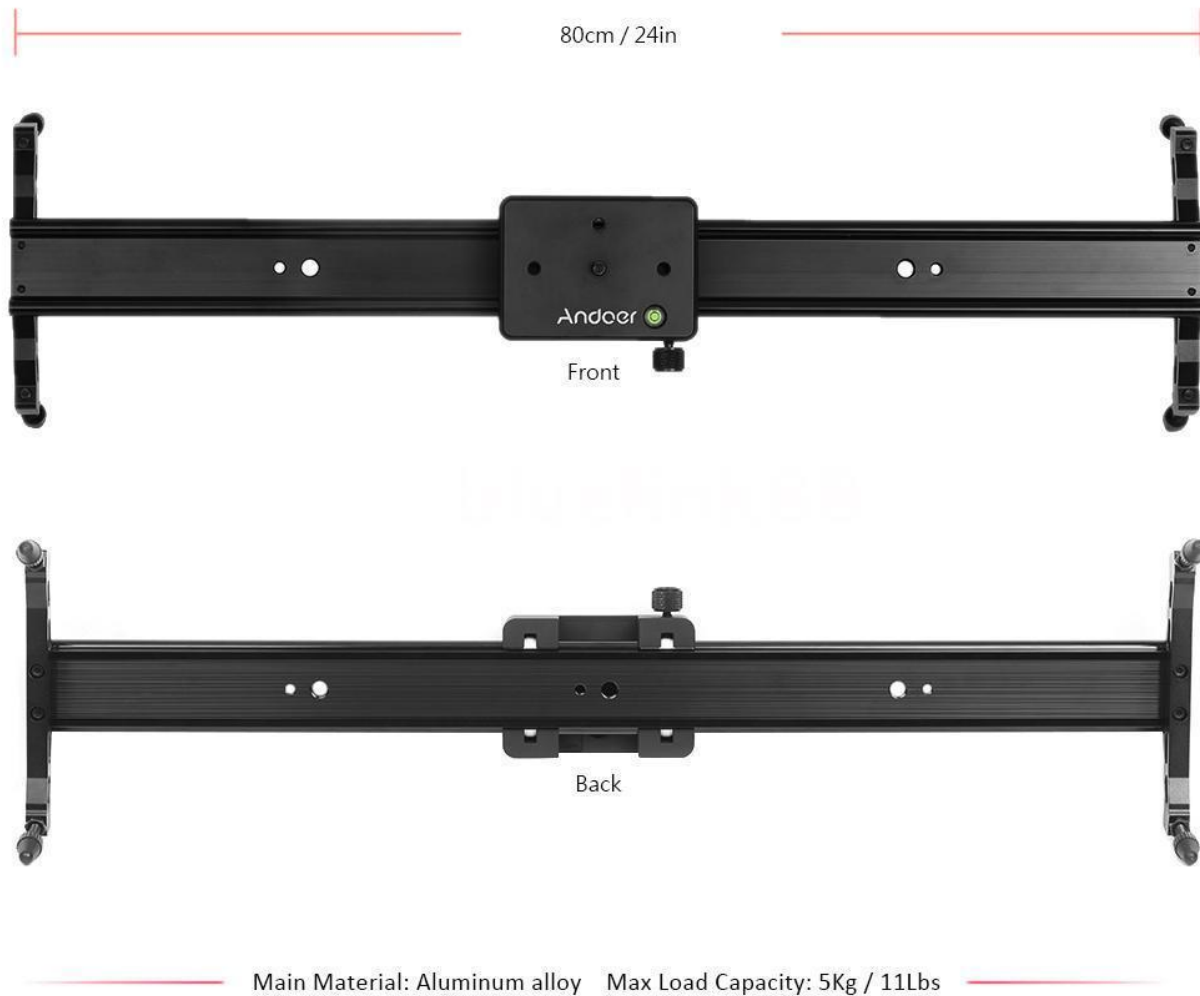
Eine weitere Quelle kommt aus dem Bereich der Photographie. Dort wird die Kamera auf einem beweglichen Schlitten montiert, um realistischen „Motion Pictures“ zu gewinnen, ähnlich wie bei richtigen Filmen wo die Kamera entlang einer Schiene geführt wird.

Unter dem Stichwort *Camera Slider* findet man eine große Zahl an Modellen bei Amazon und Ebay. Die üblichen Längen von 80cm bis 120cm erfüllen genau den Zweck. Einfache Ausführungen liegen im Bereich € 34.- bis € 85.- und sind völlig ausreichend. Die folgenden Bilder zeigen einige Modelle. Die Kameraslider haben gleich den Vorteil, dass sie in der Regel auf Standfüßen montiert sind und damit austariert werden können.

Weiterhin zu beachten ist, dass der Schlitten möglichst leicht ist. Während des Ausgleichvorganges muss der Schlitten schnell seine Position ändern und darf daher nicht zu träge sein. Es gibt sehr stabile Kamera Slider für große, schwere Spiegelreflexkameras – diese sind nicht gut geeignet.



HAUSER & PICARD Kamera-Schiene Camera Slider "Kimahri" 120 cm (€ 59.-)



### **[80CM Kamaschiene der Fa. Andoer \(€34.-\)](#)**

Einen komplett motorisierten Kamera Slider mit IGUS Schiene gibt es bei einem Belgischen Versand über Ebay. Damit erspart man sich eine Menge mechanischer Kleinarbeit. Einzig die Motoreinheit muss für unsere Zwecke angepasst werden, da sie zu langsam ist.

Murzins Video Equipment  
D. Murzina  
Abdijstraat 37  
3930 Hamont  
België



[100 cm motorized time lapse video slider \(€170. + €16.- Versand \)](#)



Ebenfalls bei Ebay erhältlich ist der motorisierte Slider Commlite CS-EBSL 120

[Commlite ComStar CS-EBSL120 120CM Camera Track Video Slider \(€333.-\)](#)



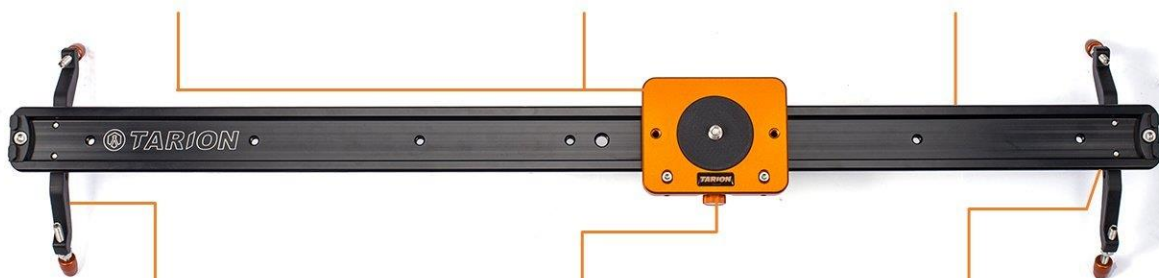
Precision-engineered ball bearing wheels



Integrated friction adjustment



Supports up to 10 lbs.



Adjustable and removable feet



Gentle braking system on both rail ends



[TARION TR-SD80 80cm Videoschiene](#) bei Amazon für 70.-€



- b) Linearführung der Firma <https://www.dold-mechatronik.de> Kosten 104,50 €



[SET: 4x Linearlager TBR20UU / 2x Supported Rail TBS20, 800mm](#)

- c) 600mm linear slide rail and carriage bei Maker Beam, Kosten € 35,  
<https://www.makebeam.com/brands/makebeam/>



- d) Diverse Linearführungen bei Ebay [Using industrial linear slider](#)

**Hinweis:** Häufig werden Linearachsen für CNC Fräsmaschinen mit Spindeltrieb angeboten. Diese sind für die Steuerung des Pendels ungeeignet, da sie viel zu langsam sind. Für den Einsatz in Fräsmaschinen oder Plottern haben sie ihre Berechtigung, zum Erzielen einer hohen Positioniergenauigkeit.

Die Alternativen a) bis d) benötigen zudem eine solide Holzplatte (oder besser Siebdruckplatte) auf der die Linearführung über Distanzstücken oder Blechwinkel montiert wird. Dafür bieten sich auch Maker Beam bzw. Open Beam ALU Profile an. Maker Beam bietet ein Starter Kit an, dass später auch für verschiedene Objekte genutzt werden kann.

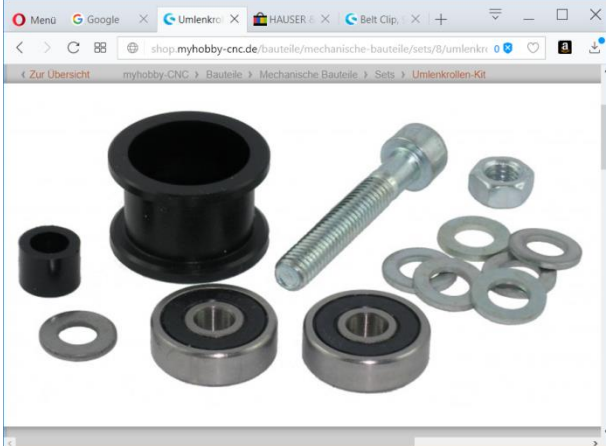
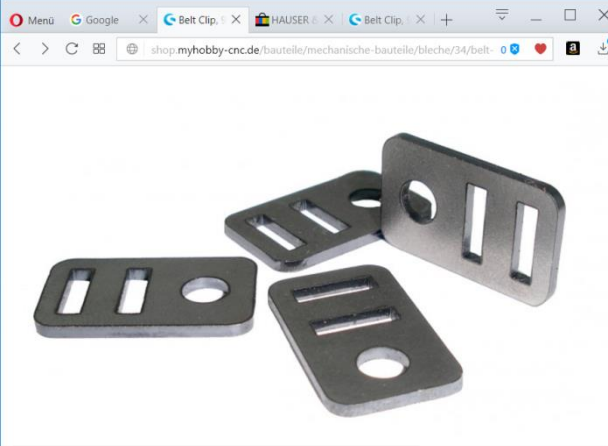


Clear Premium Maker Beam Starter Kit (€ 109.-)



### Der motorische Antrieb des Schlitten

Ähnlich wie beim Drucker wird der Schlittenantrieb über einen Zahnriemen realisiert. Diese gibt es bei Ebay und Amazon als fertiges Set mit Zahnrädern. Die Zahnräder sind in der Regel für 5mm Achsen gefertigt. Weiterhin werden benötigt: zwei Clips zum Befestigen des Zahnriemens am Schlitten, eine Umlenkrolle für den Zahnriemen und Befestigungswinkel für den Motor:




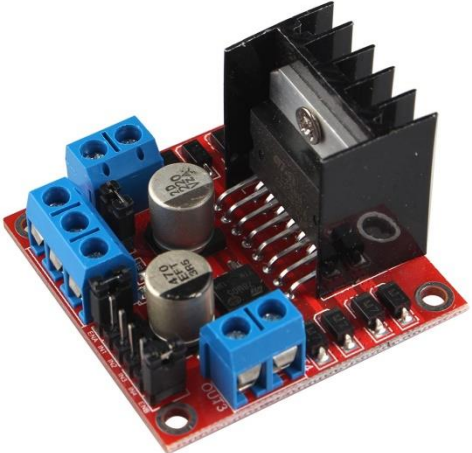
|  |   |
|--|---|
| <p><a href="#">Mohoo 8pcs GT2 Zahnriemen Riemenscheibe 20 Zähne Bohrung 5mm + 5M GT2 Riemen 3D Drucker Teile (€17)</a></p> | <p><a href="#">UEETEK NEMA 17 Schrittmotor Halterung w/M3 Schrauben - 2 Stück</a></p> |
|   |     |
| <p><a href="#">Umlenkrollen-Kit (€ 5.74)</a></p>   | <p><a href="#">Belt Clip, 9 mm Breite (€ 0.89)</a></p>                                |

Wer eine längere Linearführung bzw. Kameraslider benutzt (100 cm ... 140 cm) sollte besser einen 10mm breiten Zahnriemen einsetzen, anstelle der üblichen 6mm breiten Riemen. In diesem Fall muß die Umlenkrolle und das Zahnrad ebenfalls für 10mm Breite ausgelegt sein. Auf YouTube findet man zahlreiche Anleitungen zur Motorisierung eines Kamerasliders. Dort wird im Detail gezeigt, wie der Motor- bzw. die Umlenkrolle an der Linearführung befestigt werden. Für die Befestigung des Motors an der Linearachse können handelsübliche Lochbleche 40mm x 100mm benutzt werden (Baumarktsortiment). Weiterhin werden für Schrittmotoren NEMA 17 Motorhalterungen angeboten. Bei diesen müssen je nach verwendeten DC Motor neue Bohrungen gesetzt werden.


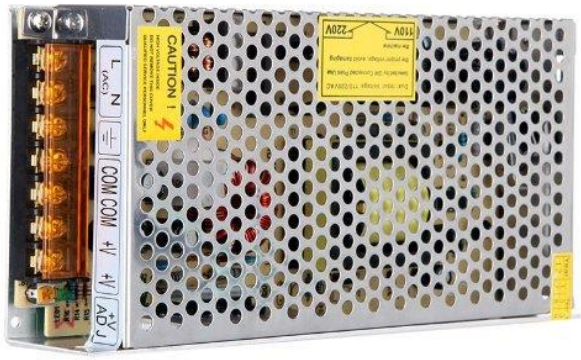

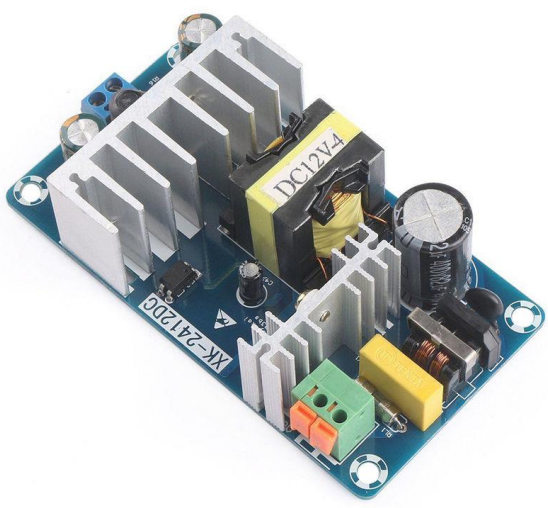
|   |  |
|---|--|
|  |  |
| <p>Flachverbinder 100x40x3,0 verzinkt</p>   | <p><a href="#">Universal Motorhalter, NEMA17</a></p>                                 |

Als Motoren eignen sich 12 Volt DC Motoren mit einer Drehzahl 600rpm ... 800 rpm. Diese bestehen in der Regel aus dem Motor mit einer aufgesetzten Getriebeuntersetzung. Wer ein hochtouriges Modell (2000rpm ... 3000 rpm) besitzt, kann dieses evtl. benutzen, sollte dann aber die Betriebsspannung auf die Hälfte reduzieren. Der Autor hat gute Erfahrungen mit einem 24V DC Motor (3000rpm) gemacht, den er mit 12V betrieben hat. Sehr hochtourige Brushless Motoren, wie sie etwa in Modellhubschraubern und Drohnen benutzt werden, sind nicht geeignet. Um den 12V DC Motor am Arduino zu betreiben, wird eine sogenannte H-Brücke benötigt, die den notwendigen Strom liefert. Der Motor wird dann über ein PWM Signal vom Arduino in seiner Drehzahl geregelt.

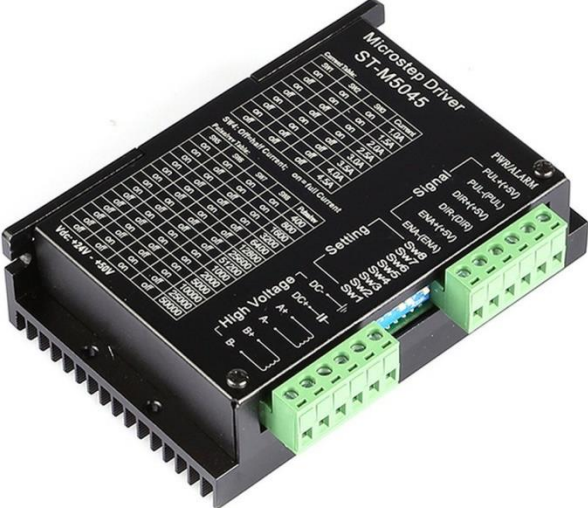



Weit verbreitet und relativ preiswert ist die H-Brücke L298N für den Arduino. Der Autor rät von dem Einsatz dieses Moduls ab. Die L298 H-Brücke wird mit einem zu kleinen Kühlkörper geliefert, so dass der Schaltkreis im Dauerbetrieb zu heiß wird. Zudem ist die Fertigungsqualität der Module mangelhaft. Von vier bestellten L298 H-Brücken waren zwei von Anfang an defekt. Weiterhin neigt die Schaltung zu Schwingungen und kommt häufig in Selbsterregung was an einem eigentümlichen Brummen des Motors zu hören ist.

|   |  |
|---|--|
|  |    |
| <p><a href="#">Tolako High Torque DC Motor-Set 12V 800 RPM</a> (€17)</p>            | <p><a href="#">HALJIA L298N H-Bridge Dual H Bridge DC Stepper Motor Driver Controller Board-Modul für Arduino</a> (€ 6.99)</p> |



|  |   |
|--|---|
|  A blue PCB H-bridge module for Arduino, labeled 'IBT-2 H'. It features a black motor, a green terminal block, and a black potentiometer.                                 |  A silver metal power supply unit with a perforated front panel. It has a 'CAUTION' warning label and a yellow label with technical specifications. |
| <p><a href="#">H-Brücke für Arduino IBT-2 H</a> (€ 13.-)</p>   | <p><a href="#">Schaltnetzteil 180W, DC 12V 15A</a> (12€)</p>  |
|  A black plastic wall-wart power supply with a power cord and a DC output cable. A circular inset shows the DC connector with dimensions: 2.1mm x 5.5mm / 2.5mm x 5.5mm. |  A blue PCB power supply module with a large silver heat sink, a transformer, and various electronic components. It is labeled 'MK-241208'.        |
| <p><a href="#">Steckernetzteil 12V / 3A</a></p>  | <p><a href="#">AC 85-265V to DC 12V 8A Power Supply</a> (7.60 €)</p>  |

Alternativ zum DC Motor kann ein NEMA 17 Schrittmotor mit entsprechender Treiberplatine und 24V Schaltnetzteil benutzt werden. Für den NEMA 17 gibt es Befestigungswinkel (siehe vorherige Seite). Bei den DC Motoren können die NEMA 17 Winkel ebenfalls genutzt werden. Eventuell müssen mittels Bohrmaschine die Löcher neu gebohrt werden

|   |   |
|---|---|
|  <p>A black microstepper driver board with a green terminal block and a detailed configuration table on top.</p>                     |  <p>A black NEMA 17 stepper motor with a silver shaft and a label that reads 'QUIMAT STEPPER MOTOR 17HS13-0404S CE'.</p>    |
| <p><a href="#">SainSmart CNC-Mikroschrittmotor Treiber 2M542</a> (30.-€)</p>  | <p><a href="#">Quimat Nema 17 Schrittmotor</a> (€13.70)</p>   |
|  <p>A blue printed circuit board (PCB) power supply unit with various electronic components like capacitors and a transformer.</p> |  <p>A compact, rectangular metal-cased switching power supply with a perforated top and a terminal block on the side.</p> |
| <p><a href="#">AC 85-265V to DC 24V 4A-6A 100W Switching Power Supply</a> €6.10</p>   | <p><a href="#">Schaltnetzteil 24V 6,5A ; MeanWell, RS-150-24</a> (€22.50)</p>   |

Die Ansteuerung des Schrittmotors erfolgt über ein gesondertes Treibermodul. Beim Kauf des Treibermoduls rät der Autor von Billigprodukten wie z.B. dem [Modul TB6600](#) ab. Diese erzeugen Resonanzen im Schrittmotor die sich über den Zahnriemen auf das Pendel übertragen. Ein solides Produkt ist [TM542](#), das auch in der Lage ist größere Schrittmotoren wie den NEMA 23 zu steuern. Beim Einsatz von Schrittmotoren ist ein 24DC Netzteil besser geeignet.

## Der Winkelgeber (Encoder) für die erste Ausbaustufe

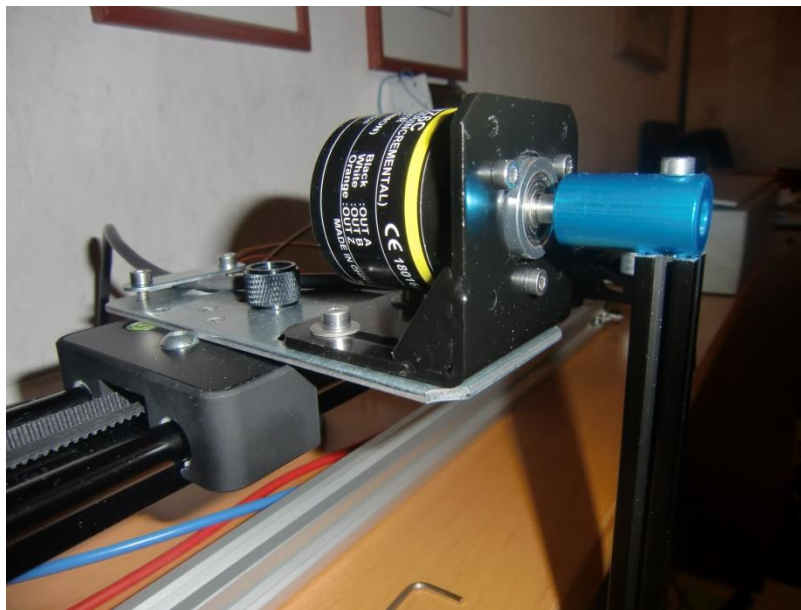
In der ersten Ausbaustufe geht es darum das Pendel in der aufrechten Position zu halten. Der Schlitten darf dabei außerhalb der Mittenposition der Linearführung bleiben, d.h. die Position des Schlittens wird nicht nachgeführt. Es wird dafür genau ein Sensor benötigt der fortlaufend den Pendelwinkel erfasst (Abweichung zur Senkrechten). In der Vergangenheit wurden hierfür häufig Potentiometer benutzt, da es kaum andere Sensoren gab, um den Drehwinkel genau zu erfassen. Das Lager des Potentiometers ist nicht für eine häufige Pendelbewegung ausgelegt und hat zudem ein hohes Reibmoment (das Pendel erfährt also eine zu hohe Dämpfung). Weiterhin ist ein eventueller Überschlag des Pendels in der Aufschwingphase nicht möglich, da die handelsüblichen Potentiometer nur über einen geschlossenen 270 Grad Stellbereich verfügen.

Für unsere Zwecke sind optische Encoder mit einer Auflösung von 1200 ... 2000 Impulsen je Umdrehung zweckmäßig. Die untere Grenze ist eine Auflösung von 600 Impulsen je Umdrehung. Der Autor hat es mit 600 Pulsen/Umdrehung gerade so geschafft das Pendel stabil in der senkrechten Position zu halten. Bei Ebay findet man preiswerte Winkel Encoder Modelle im Bereich € 13 bis € 30 (z.B. Firma Omron aus chinesischer Fertigung). Der Encoder wird mit einem [NEMA 17 Motorwinkel](#) auf dem Schlitten der Linearführung bzw. des Kamerasliders befestigt.

|   |   |
|---|---|
|  |  |
| <p><a href="#">600P/R DC 5-24V 6mm Incremental Rotary Encoder AB</a></p>            | <p><a href="#">OMRON Rotary Encoder E6B2-CWZ6C 2000P/R 5V-24V</a></p>               |

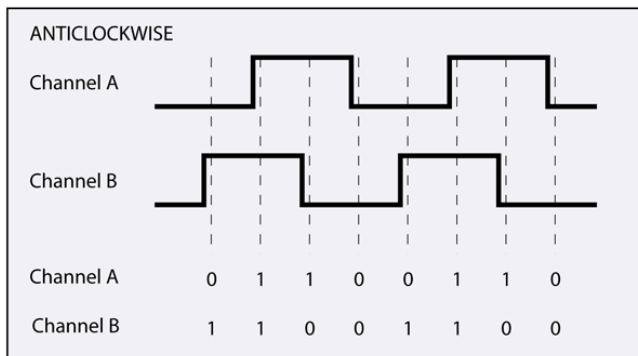
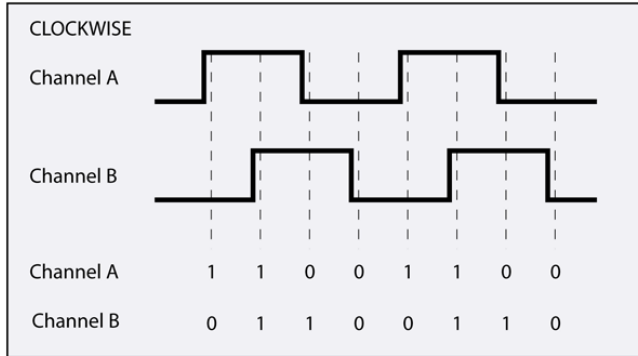
|   |  |
|---|--|
|  |  |
| <a href="#">Kabelstecker 5-polig Gerade</a> Amphenol, T 3300 001                  | <a href="#">Gerätedose 5-polig</a> , Amphenol, T 3363 000                          |

In der zweiten Ausbaustufe wird ein Geber für die Schlittenposition benötigt. Hier ist eine Auflösung von 400 ... 600 Pulsen/Umdrehung ausreichend. Die Encoder werden in der Regel ohne Anschlussstecker geliefert. Wenn man später den Arduino und das Netzteil in einem geschlossenen Gehäuse unterbringen möchte, empfiehlt sich die Verwendung von Rundsteckern und einer entsprechenden Kabeldose im Gehäuse (siehe Beispiel von der Fa. Amphenol).



Befestigung des Winkelgebers (Encoder) auf dem Schlitten des Kamerasliders

Der Encoder liefert an den zwei Ausgängen (A, B) eine um 90 Grad phasenverschobene Impulsfolge (in der Literatur auch als Quadratur Encoder bekannt). Aus der Auswertung beider Signale kann der Drehwinkel und die Drehrichtung erfasst werden.

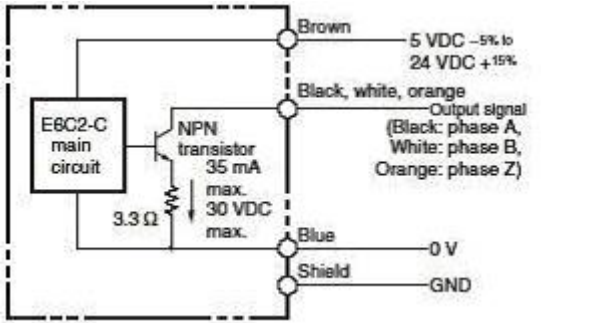
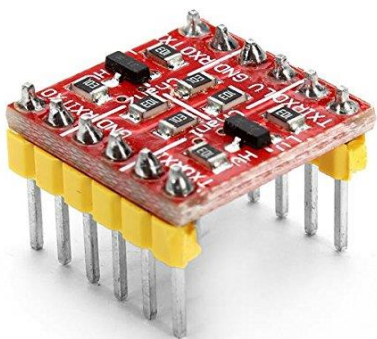


Ausgangssignale A, B des Encoders

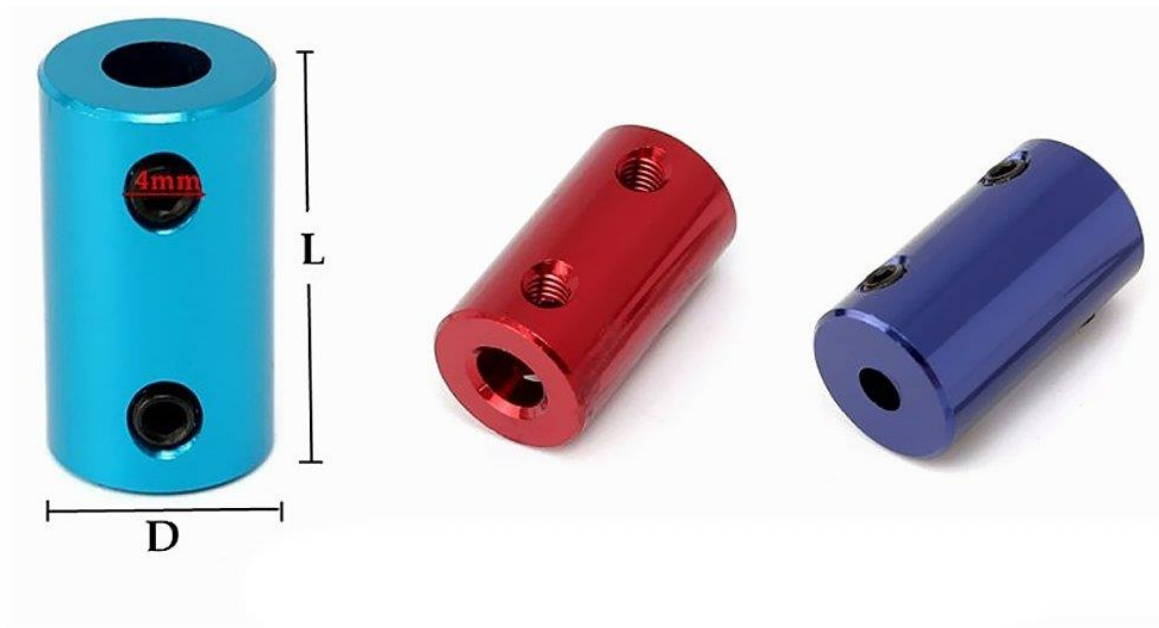
Für den Arduino gibt es eine fertige Programmbibliothek [encoder.h](https://github.com/br3tzn/encoder), zur Auswertung der Signale. Dort wird erläutert, dass die beiden Encodersignale (A,B) an Pins mit Interrupt Fähigkeit gelegt werden sollten. Die folgende Tabelle zeigt für die verschiedenen Arduino Modelle die möglichen Pins. Der Autor hat für den Encoder des Pendelwinkels die Pins 20, 21 bei Arduino Megaboard benutzt. Später, in der zweiten Ausbaustufe, wurde der Encoder zur Erfassung der Linearposition an die Pins 18 und 19 angeschlossen.

| Board            | Interrupt Pins             | LED Pin (do not use) |
|------------------|----------------------------|----------------------|
| Teensy 3.0 - 3.6 | All Digital Pins           | 13                   |
| Teensy LC        | 2 - 12, 14, 15, 20 - 23    | 13                   |
| Teensy 2.0       | 5, 6, 7, 8                 | 11                   |
| Teensy 1.0       | 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 16    |                      |
| Teensy++ 2.0     | 0, 1, 2, 3, 18, 19, 36, 37 | 6                    |
| Teensy++ 1.0     | 0, 1, 2, 3, 18, 19, 36, 37 |                      |
| Arduino Due      | All Digital Pins           | 13                   |
| Arduino Uno      | 2, 3                       | 13                   |
| Arduino Leonardo | 0, 1, 2, 3                 | 13                   |
| Arduino Mega     | 2, 3, 18, 19, 20, 21       | 13                   |
| Sanguino         | 2, 10, 11                  | 0                    |

Wer das Arduino **Due** Board benutzt, kann jeden der digitalen Eingänge benutzen. Hierbei ist zu beachten, dass die max. Eingangsspannung bei Arduino **Due** 3.3Volt beträgt. Die meisten Encoder liefern aber ein 5Volt Ausgangspegel. Entweder muss dann ein Pegelwandler 5V -> 3.3V zum Einsatz kommen oder der Encoder besitzt einen offenen Kollektorausgang. In diesem Fall wird der Arbeitswiderstand vom open collector an den +3.3V Pin des Arduino **Due** gelegt. Der Encoder selbst wird mit 5V versorgt, aber das Ausgangssignal ist auf 3.3V begrenzt.

|   |  |
|---|--|
| <p>Schaltung E6C2-CWZ6C<br/>(NPN open collector output)</p>   | <p><a href="#">Pegelwandler 3.3V – 5.0 Volt</a></p>  |
|  <p>The diagram shows an NPN transistor circuit. The emitter is connected to a blue wire labeled '0 V'. The base is connected to a brown wire labeled '5 VDC -5% to 24 VDC +15%'. A 3.3 Ω resistor is connected between the base and the emitter. The collector is connected to black, white, or orange wires, labeled 'Output signal (Black: phase A, White: phase B, Orange: phase Z)'. A shield wire is connected to GND.</p> |  <p>A photograph of a red PCB level shifter module. It has two rows of pins on the top and two rows of pins on the bottom. The module is populated with several integrated circuits and resistors. The bottom pins are connected to yellow headers.</p> |




Falls Kupplungen zwischen Endoderwelle und dem DC-Motor notwendig sind, findet man bei Amazon unter der Bezeichnung [MagiDeal Aluminium Schrittmotor Flexible Wellenkupplung](#) eine Auswahl (unbedingt auf die richtigen Wellendurchmesser achten).



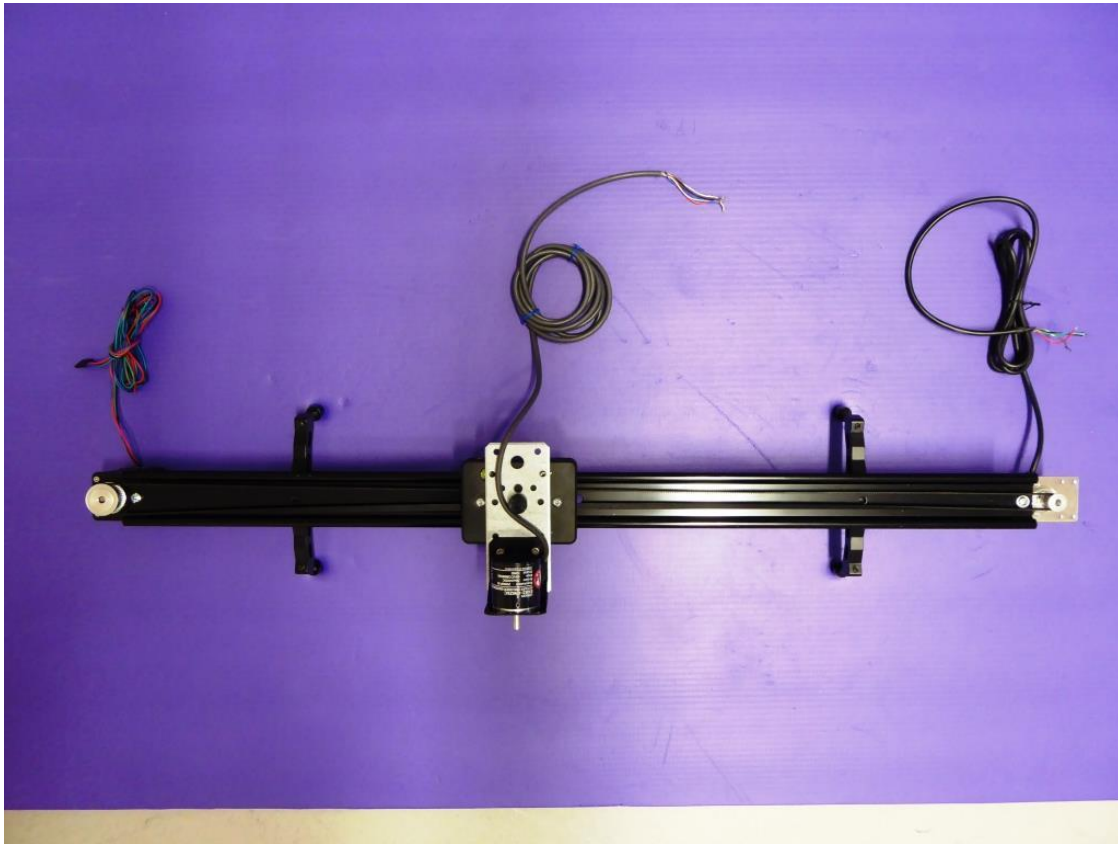
| Specification    | Diameter*Length | Color    | Specification    | Diameter*Length | Color      |
|------------------|-----------------|----------|------------------|-----------------|------------|
| 2mm to 2mm       | 12*20mm         | Dark Red | 4mm to 4mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2mm to 2.3mm     | 12*20mm         | Dark Red | 4mm to 5mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2mm to 3mm       | 12*20mm         | Dark Red | 4mm to 6mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2mm to 3.17mm    | 12*20mm         | Dark Red | 4mm to 7mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2mm to 4mm       | 12*20mm         | Dark Red | 4mm to 8mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2mm to 5mm       | 12*20mm         | Dark Red | 5mm to 5mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2.3mm to 3mm     | 12*20mm         | Dark Red | 5mm to 6mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2.3mm to 4mm     | 12*20mm         | Dark Red | 5mm to 6.35mm    | 14*25mm         | Dark blue  |
| 2.3mm to 5mm     | 12*20mm         | Dark Red | 5mm to 7mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 3mm to 3mm       | 12*20mm         | Dark Red | 5mm to 8mm       | 14*25mm         | Dark blue  |
| 3mm to 3.17mm    | 12*20mm         | Dark Red | 6mm to 6mm       | 14*25mm         | Water blue |
| 3mm to 4mm       | 12*20mm         | Dark Red | 6mm to 7mm       | 14*25mm         | Water blue |
| 3mm to 5mm       | 12*20mm         | Dark Red | 6mm to 10mm      | 16*25mm         | Water blue |
| 3mm to 6mm       | 14*25mm         | Dark Red | 6.35mm to 6.35mm | 14*25mm         | Water blue |
| 3.17mm to 3.17mm | 12*20mm         | Dark Red | 6.35mm to 8mm    | 14*25mm         | Water blue |
| 3.17mm to 4mm    | 12*20mm         | Dark Red | 6.35mm to 10mm   | 16*25mm         | Water blue |
| 3.17mm to 5mm    | 12*20mm         | Dark Red | 8mm to 8mm       | 14*25mm         | Water blue |
| 3.17mm to 6mm    | 14*25mm         | Dark Red | 8mm to 10mm      | 16*25mm         | Water blue |

## Der Pendelstab

Für den Pendelstab eignen sich die bei Bastlern beliebten Maker Beam ALU Profilstangen mit einer Länge von 300mm ... 500mm und einem Querschnitt von 10x10mm. Die größeren Profile mit 15mm x 15mm oder 20x20mm sind schon recht schwer und erfordern kräftige DC Motoren. Wer sich auch am Aufschwingend es Pendels versuchen will, sollte unbedingt zu dem 10mmx10mm Profilstab greifen. Als Befestigung an der Encoderachse hat sich die folgende Flanschkupplung für 6mm Wellen bewährt. Eine Pendellänge von 500mm sollte nicht überschritten werden, da sonst beim Einpendeln viel Freiraum benötigt wird (Unfallgefahr!).

|  |  |
|--|--|
|                         |    |
| <p><a href="#">Winwill® 1Pc 6mm Starre Flanschkupplung Motorführung Wellenkoppler Motoranschluss</a></p> | <p><a href="#">Maker Beam ALU Profil</a> oder<br/><a href="#">Dold ALU Profile</a> oder<br/><a href="#">My Hobby CNC</a></p> |
|                       |  |
| <p>Zahnrad 40 Zähne als Pendelgewicht</p>  |  |

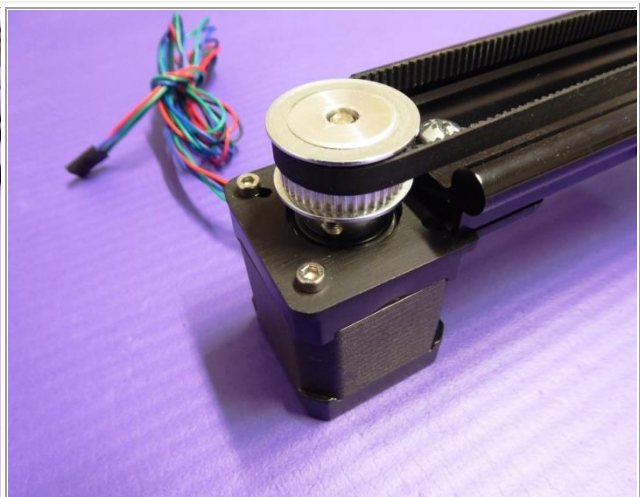
## Mechanischer Aufbau



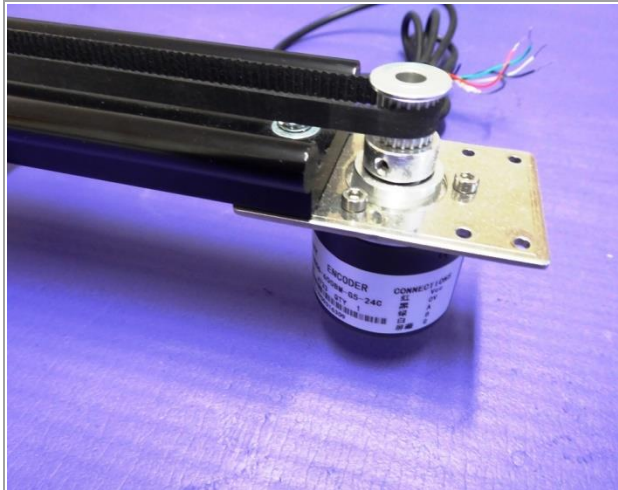
Kameraschiene mit Schlitten, Schrittmotor und Encoder an den Enden



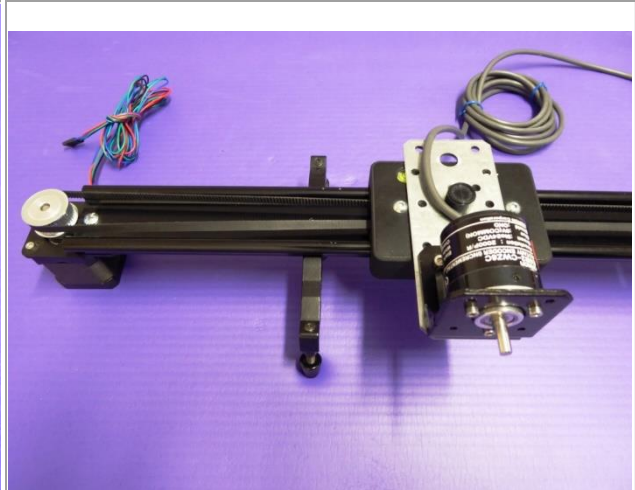
Befestigung des Winkelencoders auf dem Schlitten



Montage des Schrittmotors am Ende der Kameraschiene



Montage des Encoder für die linear Position am Ende der Kameraschiene



Zahnriemenantrieb des Schlitten

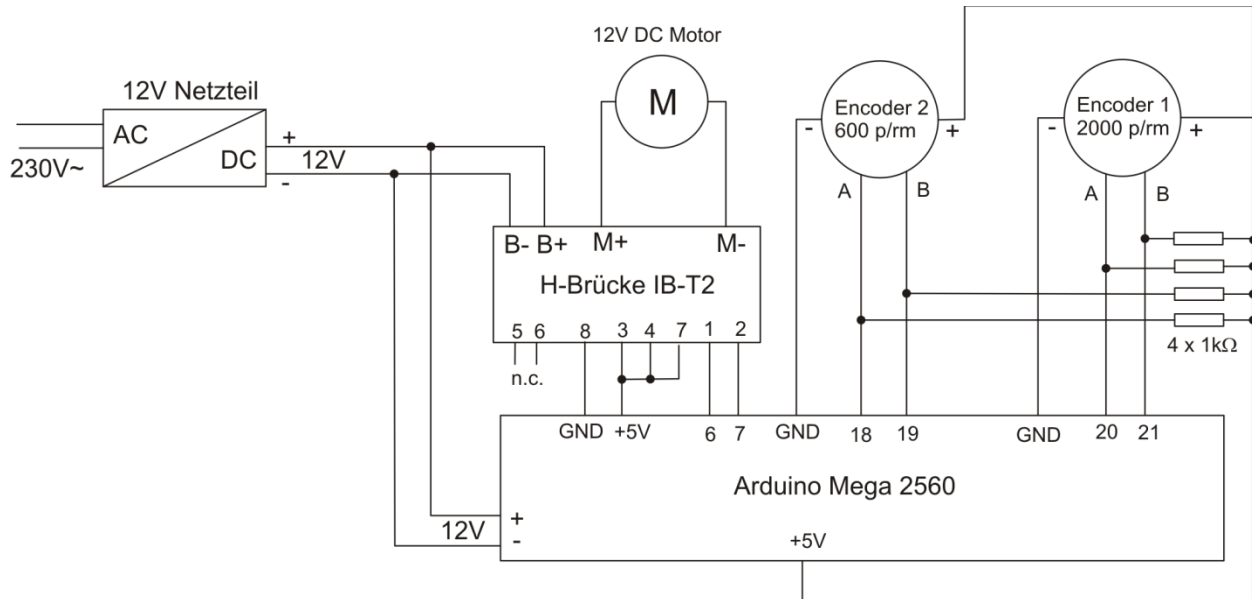
## Inbetriebnahme

Nach dem Laden des Programms und dem Einschalten der Stromversorgung für den Motor, muss das Pendel absolut ruhig und senkrecht nach unten hängen. Jetzt wird kurz die rote Resettaste auf dem Arduinoboard betätigt. Damit wird der Encodercounter mit dem Referenzwert -4000 geladen (eine volle Umdrehung sind 8000 Impulse, da die Encoderbibliothek die 2000 Impulse vervierfacht (Auswertung der steigenden und fallenden Signalfanken).

Danach bringt man das Pendel im Uhrzeigersinn in die aufrechte Position. Der Regler beginnt zu arbeiten und sollte das Pendel jetzt aufrecht halten. Sollte der Schlitten stets in die falsche Richtung steuern, müssen die Motoranschlüsse an der H-Brücke bzw. Schrittmotoranschlüsse am Drivermodul getauscht werden. Weiterhin müssen die PI Regelungsparameter  $K_p$  und  $K_i$  abgeglichen werden (leicht absenken oder erhöhen). Der Schlitten kann um ca. +/- 20cm hin- und her fahren. Sollte der Schlitten permanent in eine Richtung abdriften muss die waagerechte Lage der Kameraschiene an den Standfüßen justiert werden. Zur Kontrolle der Reglerausgabe kann der seriellen Plotter in der Arduino Box am PC geöffnet werden. Dort wird fortlaufend die Stellgröße des Reglers ausgegeben. Ist der  $K_p$  Wert zu hoch eingestellt schwingt sich der Regler auf und die Stellgröße schwankt innerhalb der maximalen Grenze von +/- 250

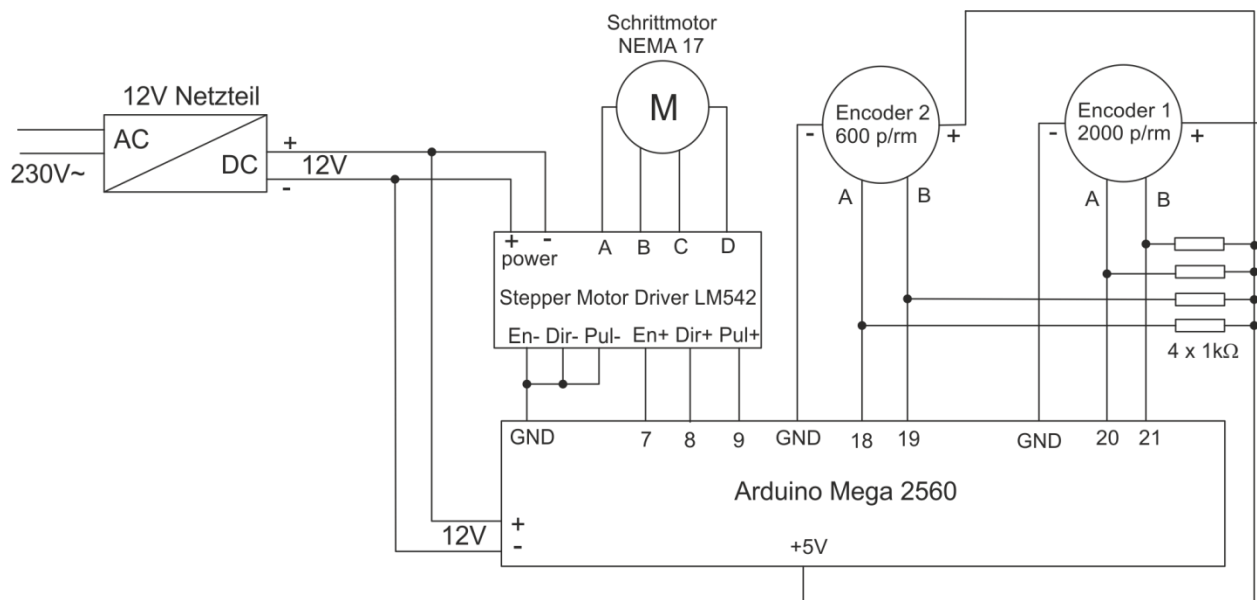
## Stromlaufplan mit DC-Motor

Die folgende Skizze zeigt Schaltung zwischen dem Arduino Mega, der H-Brücke IB\_T2 und den beiden Encodern. Als Stromversorgung wurde ein Schaltnetzteil mit 12 V Ausgangsspannung gewählt, dass sowohl die H-Brücke mit dem Motor als auch den Arduino Mega versorgt. Die Ausgänge (A, B) der beiden Encoder müssen mit je einem 1 kOhm Abschlusswiderstand nach +5V gehen. Die Pins 6,7 werden als Analogausgang (PWM Signal) programmiert.



## Stromlaufplan mit NEMA 17 Schrittmotor

Bei Verwendung eines Schrittmotors kommt an Stelle der H-Brücke der LM542 Mikrostepp Driver zum Einsatz. Die Pins 6, 7 des Arduino werden dann als digitale Ausgänge programmiert.



## PWM Betrieb des DC Motors

Der DC Motor wird über die Analogausgänge des Arduino betrieben. In Wahrheit handelt es sich dabei nicht um ein kontinuierliches, analoges Signal im Bereich 0V ... 5V DC sondern um ein Puls-Weiten modulierte Signal (PWM). Die oben geschilderten H-Brücken sind auch nur für ein solches PWM Signal gedacht. Der DC Motor lässt sich mit dem PWM Signal sehr gut in seiner Drehzahl regeln.

Während des Betriebes wird man ein ständiges, nerviges Pfeifen wahrnehmen. Dies kommt von der PWM Frequenz 490 Hz mit der der Arduino seine Ausgänge steuert (beim Mega die Ausgänge 4 und 13 mit 980Hz). Der DC Motor wirkt wie ein kleiner Lautsprecher und wandelt die Schwingung in ein hörbares Geräusch um. Es gibt nun eine Möglichkeit die eigentlich fest programmierte PWM Frequenz zu ändern. Dabei ist Vorsicht geboten, da man bei unbedachter Wahl den Timer0 verändert, von dem die Funktionen millis() und delay() abhängen.

Die folgende Tabelle zeigt die Zugehörigkeit der timer0 bis timer4 und den Ausgangspins beim Arduino Mega Board

|         |                       |
|---------|-----------------------|
| timer 0 | controls pin 13, 4    |
| timer 1 | controls pin 12, 11;  |
| timer 2 | controls pin 10, 9;   |
| timer 3 | controls pin 5, 3, 2; |
| timer 4 | controls pin 8, 7, 6; |

Mit dem Register TCCRnB kann die Frequenz eines Timers geändert werden. Im Register bedeutet n die Nummer des Timers. Möchte man z.B. die Pin's 9 und 10 nutzen, muss Timer 2 geändert werden also das Register TCCR2B. Das Register TCCRnB ist eine 8 bit Zahl. Die ersten drei Bits (von rechts nach links) werden als CS02, CS01, CS00 bezeichnet. Diese drei Bits definieren den Faktor für den Vorteiler, also einen Wert zwischen 0 ...7. Die folgenden Kommandos sollten innerhalb der Setup Routine des Arduino stehen.

```
int myEraser = 7; // this is 111 in binary and is used as an eraser
TCCR2B &= ~myEraser; // this operation (AND plus NOT), set the three bits
in TCCR2B to 0
int myPrescaler = 3; // this could be a number in [1 , 6].
TCCR2B |= myPrescaler; //this operation (OR), replaces the last three bits
in TCCR2B
```

Es gelten für alle Pins (mit Ausnahme von Pin 4 und 13 ) folgende Vorteiler und PWM Frequenzen

```
prescaler = 1 ---> PWM frequency is 31000 Hz
prescaler = 2 ---> PWM frequency is 4000 Hz
prescaler = 3 ---> PWM frequency is 490 Hz (default value)
prescaler = 4 ---> PWM frequency is 120 Hz
prescaler = 5 ---> PWM frequency is 30 Hz
prescaler = 6 ---> PWM frequency is <20 Hz
(prescalers equal 0 or 7 are useless).
```

Der Autor hat als Prescaler den Faktor 1 bei Timer4 gewählt (PWM Ausgänge 7, 8). Die PWM Frequenz liegt dann bei 31 kHz und ist nicht mehr zu hören.

Für den Timer0 (Pin 13 und 4) gilt:

```
prescaler = 1 ---> PWM frequency is 62000 Hz
prescaler = 2 ---> PWM frequency is 7800 Hz
prescaler = 3 ---> PWM frequency is 980 Hz (default value)
prescaler = 4 ---> PWM frequency is 250 Hz
prescaler = 5 ---> PWM frequency is 60 Hz
prescaler = 6 ---> PWM frequency is <20 Hz
```

## Stepper Bibliothek zum Betrieb eines Schrittmotors

Als Alternative zum DC Motor kann ein NEMA 17 Schrittmotor verwendet werden. Die Ansteuerung des Schrittmotors erfolgt über ein gesondertes Microstep Treibermodul. Die Geschwindigkeit und Drehrichtung wird über je einen digitalen Impulsausgang des Arduino gesteuert. Im Zuge der CNC-Fräsen und 3D-Drucker wurden für den Arduino eine Reihe von Bibliotheken zur Ansteuerung von Schrittmotoren geschrieben. Nicht alle diese Bibliotheken sind für die Regelung des Pendels geeignet, da sie teilweise zu langsam sind. Der Autor hat gute Erfahrungen mit dem Einsatz der Bibliothek [SteppDriver](#) gemacht. Ein Auszug aus dem Programmcode sieht wie folgt aus:

```
#include "BasicStepperDriver.h"

// Motor steps per revolution. Most steppers are 200 steps or 1.8
degrees/step

#define MOTOR_STEPS 200

// All the wires needed for full functionality

#define DIR 6

#define STEP 7

// Since microstepping is set externally, make sure this matches the selected
mode

// 1=full step, 2=half step etc.

#define MICROSTEPS 1
```

```
// 2-wire basic config, microstepping is hardwired on the driver
```

```
BasicStepperDriver stepper(MOTOR_STEPS, DIR, STEP);
```


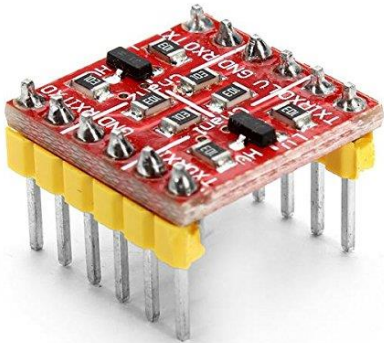
### Auswahl des Regler Algorithmus

Bei der Auswahl und Implementierung des Regelalgorithmus spielen folgende Aspekte eine wichtige Rolle:

- verfügbare Rechenleistung des Mikrokontrollers
- erforderliche Abtastrate
- Kenntnistand auf dem Gebiet der Regelungstechnik und Mathematik
- Wie genau können die Zustandsgrößen (Weg, Geschwindigkeit, Pendelwinkel, Winkelgeschwindigkeit) und Modellparameter (z.B. Reibung) erfasst werden?
- Genauigkeit der Sensoren

Im Internet finden sich unter dem Suchwort *Inverses Pendel* bzw. *invert pendulum* zahlreiche Bachelor- und Masterarbeiten (siehe Links auf Seite 2). Dort werden die gängigen Konzepte wie PID Regler oder Zustandsregelung umgesetzt. In Ausnahmen kommen Fuzzycontroller oder neuronale Netze zum Einsatz. Bei der Zustandsrückführung ist eine tiefere, mathematische Betrachtung notwendig. Auf YouTube findet man unter dem Suchwort Control Bootcamp eine gut verständliche Vortragsserie zu modernen Regelungskonzepten.

Bei Verwendung genauer Sensorik (hochauflösende Encoder, stabile Mechanik) und Einsatz des Arduino **Due** Boards (84 MHz) könnte man eine Zustandsregelung mit Beobachter und Kalmanfilter implementieren. Das Arduino Due Board besitzt die gleichen Anschlüsse wie das Arduino Mega Board. Unbedingt zu beachten ist, dass der Arduino Due nur Ein- bzw. Ausgangsspannungen bis 3.3 Volt verträgt, der Arduino Mega hingegen mit 5.0 Volt arbeitet. Viele Encoder besitzen als Ausgangsstufe einen offenen Kollektor. In diesem Fall verbindet man den Arbeitswiderstand (1 kOhm) mit dem 3.3V Pin des Due. Andernfalls müssen Pegelwandler 3.3 V – 5.0 V zum Einsatz kommen.

|   |  |
|---|--|
|  |  |
| <a href="#">Arduino Due (32Bit, 84 MHz),</a>  | <a href="#">Pegelwandler 3.3V – 5.0 Volt</a>   |

## Programmierung des PID Reglers für den Arduino

Das folgende Programmbeispiel nutzt einen 12V DC Motor mit der H-Brücke vom Typ IBT\_2 H. Für die Auswertung der Encoder Signale wird die encoder.h Library benutzt:

<https://github.com/PaulStoffregen/Encoder>

Eine genaue Erläuterung zur Funktion der Encoder Bibliothek findet man unter:

[https://www.pjrc.com/teensy/td\\_libs\\_Encoder.html](https://www.pjrc.com/teensy/td_libs_Encoder.html)

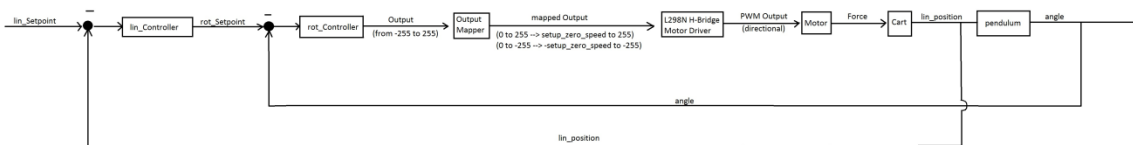
Für den PID Algorithmus gibt es eine fertige Bibliothek für den Arduino, die sich als recht stabil bewährt hat: <https://playground.arduino.cc/Code/PIDLibrary>

Ein vollständiges Programmbeispiel liefert dieser YouTube Beitrag:

### [Inverted Pendulum, PID controlled using an Arduino Mega Update](https://www.youtube.com/watch?v=...)

einschließlich Programmcode <https://github.com/krz4tw/Inverted-Pendulum-PID-control>

In diesem Beitrag wird das Pendel nicht nur in seiner aufrechten Position gehalten, sondern es wird der Schlitten auch auf Mittenposition der Linearschiene gehalten (zweite Ausbaustufe). Dazu ist an Stelle der Umlenkrolle ein zweiter Encoder montiert, der fortlaufend die Schlittenposition erfasst. Beide Encoder steuern dann je einen PI-Regler aus. Diese arbeiten in Kaskadenschaltung.



### Kaskadenregelung für Pendel und Pendelschlitten

Das Ausgangssignal des PI Reglers für die Mittenposition des Schlitten wird als Störgröße dem PI Regler für den Pendelwinkel aufgeschaltet. Man benutzt dazu einfach das Ausgangssignal als Sollwert für den PI Regler für den Pendelwinkel. Normalerweise ist der Sollwert = 0 (senkrechte Pendelposition). Befindet sich der Schlitten außerhalb der Mitte denkt der PI Regler für den Pendelwinkel das Pendel stehe nicht genau senkrecht und erzeugt eine entsprechende Gegenbewegung. Das Einschwingen auf die Mittenposition dauert recht lange, da man nur mit sehr kleinen P- bzw. I- Anteil arbeiten kann. Andernfalls schwingt sich das System zu stark auf und man erreicht genau das Gegenteil.

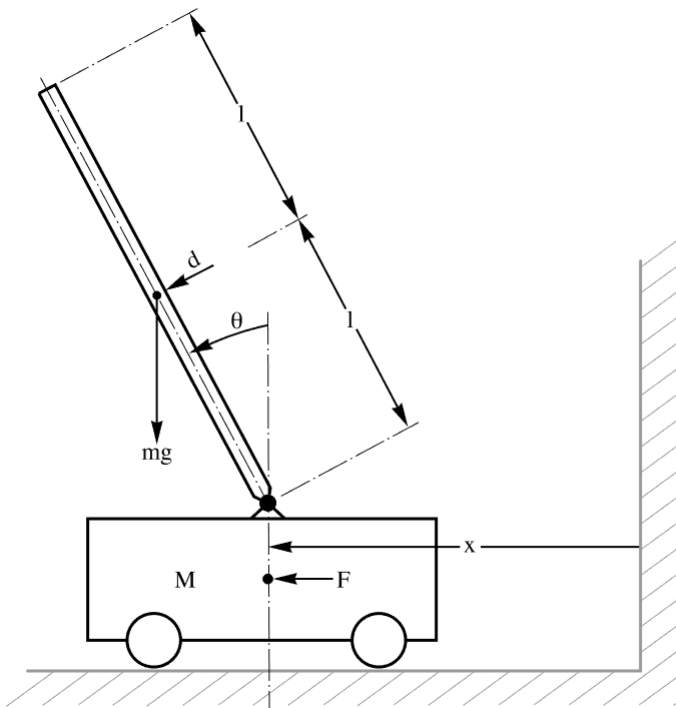
## Aufschwingen des Pendels

Eine weitere Herausforderung besteht darin, dass Pendel aus der Ruhelage in eine annähernd aufrechte Position aufzuschwingen. Im Internet findet man unter dem Suchwort *Swing Up Strategy* einige Konzepte. Eine mathematisch fundierte Betrachtung findet man in der Arbeit von [K. J. Åström](#).

Energetisch am günstigsten ist es, dass Pendel im Nulldurchgang (Pendelwinkel = 0) periodisch anzustoßen. Ein weitere Möglichkeit besteht darin im jeweils linken bzw. rechten Umkehrpunkt das Pendel anzustoßen (Winkelgeschwindigkeit = 0).

## Mathematische Grundlagen

Wer neben den PID Regler eine zustandsgeführte Regelung mit Polvorgabe realisieren will muss zunächst die Bewegungsgleichungen des Pendels bestimmen. Der Beitrag in /1/ Im Folgenden werden diese mit Hilfe des Lagrange Formalismus hergeleitet.



Zu berücksichtigen sind:

- die Masse des Wagens  $M$
- die Masse  $m$  des Pendels,
- die Bewegungskordinate  $x(t)$  des Wagens
- die Geschwindigkeit  $x'(t)$  des Wagens
- der Winkel  $\theta(t)$
- die Winkelgeschwindigkeit  $\theta'(t)$
- die Kraft  $F(t)$  mit der der Wagen balanciert wird

- die Dämpfung  $d(t)$  Aufgrund der auftretenden Reibung

Im CAS Mathematica erhält man dann ein gekoppeltes System aus zwei nichtlinearen Differentialgleichungen 2. Ordnung:

```
pendulum = StateSpaceModel[
  {(M + m) x''[t] - m l Sin[θ[t]] θ'[t]^2 + m l Cos[θ[t]] θ''[t] == F[t] + d[t] Cos[θ[t]],
   m x''[t] Cos[θ[t]] + m l θ''[t] == m g Sin[θ[t]] + d[t]}, {θ[t], θ'[t], x[t], x'[t]},
  {F[t], d[t]}, {θ[t], x[t]}, t] /. {M → 5.6, m → 0.53, l → 0.85, g → 9.8};
poles = {-1 + 2 I, -1 - 2 I, -5, -7};
```

Ebenso kann das Modell des inversen Pendels im MatLAB/Simulink untersucht werden

/1/ J.Härterich, A.Rooch: Das Mathe-Praxis-Buch, Springer Vieweg 2014,

ISBN 978-642-38305-2

## Stückliste

Hier ist eine Stückliste der verwendeten Teile zum Aufbau des inversen Pendels

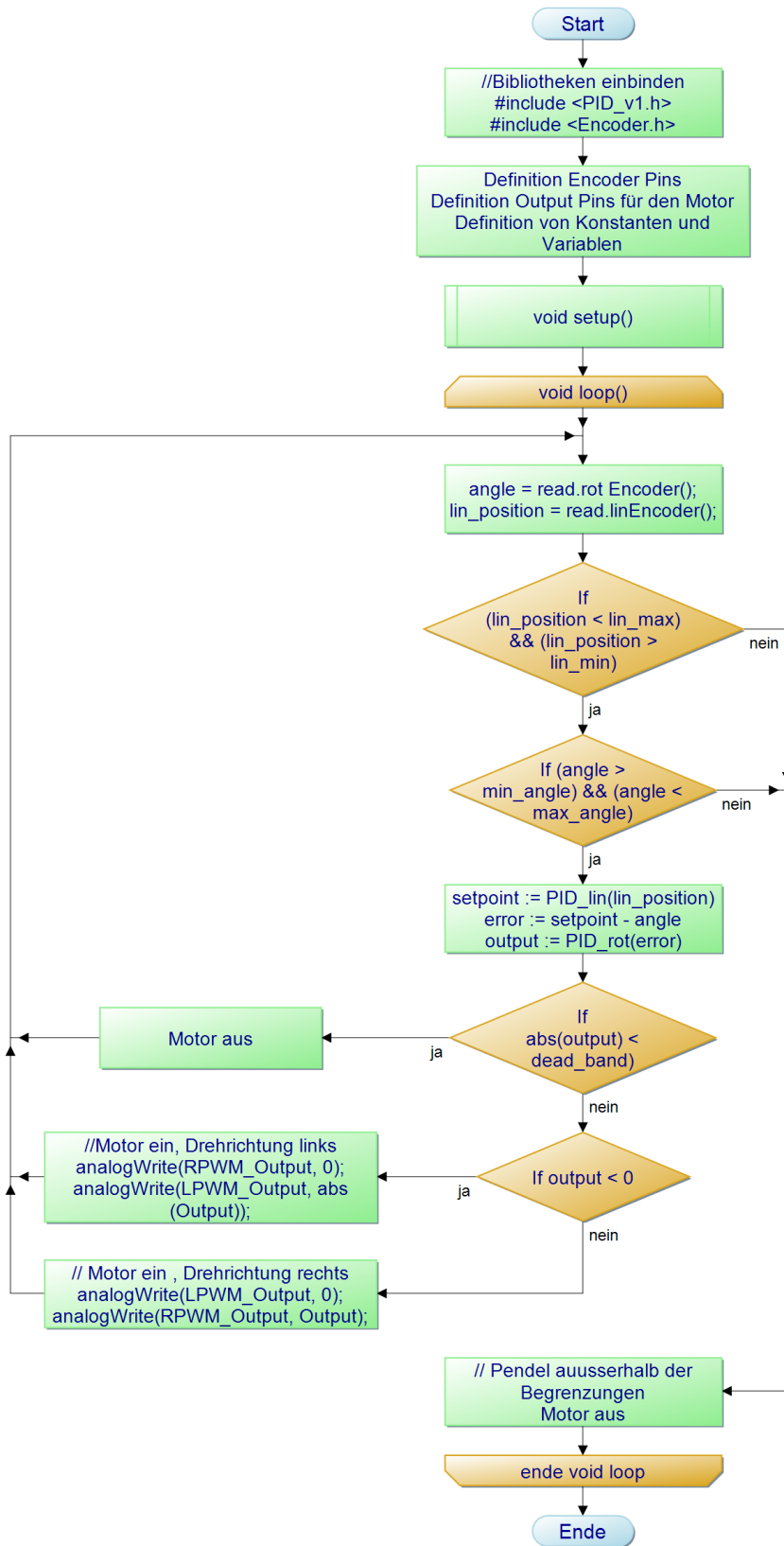
| Lfd. Nr. | Bezeichnung   | Anzahl | Quelle                           | Preis |
|----------|---|--------|----------------------------------|-------|
| 1        | Arduino Mega 2560   | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 13.-  |
| 2        | HAUSER & PICARD Kamera-Schiene "Kimahri"  | 1      | ebay                             | 59.-  |
| 3        | DC Motor 12V 800 RPM  | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 17.-  |
| 4        | H-Brücke für Arduino IBT-2 H  | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 13.-  |
| 5        | Schaltnetzteil 180W, DC 12V, 15A  | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 12.-  |
| 6        | OMRON Rotary Encoder E6B2-CWZ6C 2000P/R 5V-24V  | 1      | <a href="#">ebay</a>             | 27.-  |
| 7        | 600P/R DC 5-24V 6mm Incremental Rotary Encoder AB (nur für die zweite Ausbaustufe notwendig)                              | 1      | <a href="#">ebay</a>             | 13.-  |
| 8        | Mohoo 8pcs GT2 Zahnriemen Riemenscheibe 20 Zähne Bohrung 5mm + 5M GT2 Riemen 3D Drucker Teile                             | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 17.-  |
| 9        | UEETEK NEMA 17 Schrittmotor Halterung w/M3 Schrauben - 2 Stück (als Befestigung für den Encoder auf dem Kamera Schlitten) | 1      | <a href="#">Amazon</a>           | 7.60€ |
| 10       | Umlenkrollen-Kit (nur für erste Ausbaustufe, an Stelle des zweiten Encoders)  | 1      | <a href="#">myhobby-cnc shop</a> | 5.74€ |
| 11       | Belt Clip, 9 mm Breite  | 2      | <a href="#">myhobby-cnc shop</a> | 1.78€ |

## Aufbau eines Inversen Pendels

---

|    |  |   |                                  |       |
|----|--|---|----------------------------------|-------|
| 12 | Winwill® 1Pc 6mm Starre Flanschkupplung<br>Motorführung Wellenkoppler Motoranschluss | 1 | <a href="#">Amazon</a>           | 1.50€ |
| 13 | MagiDeal Aluminium Schrittmotor Flexible<br>Wellenkupplung                           | 1 | <a href="#">Amazon</a>           | 1.50€ |
| 14 | Maker Beam Alu Profil 10x10, 300mm lang (als<br>Pendelstab)                          | 1 | <a href="#">myhobby-cnc shop</a> | 2.50€ |
| 15 | Flachverbinder 100x40x3,0 verzinkt   | 2 | Amazon, Baumarkt                 | 3.20€ |

Programmablauf Inverses Pendel DC Motor



Programmablauf Inverses Pendel Schrittmotor

