

## Besondere Punkte im Dreieck Teil I

Ortskurve des Höhenschnittpunktes

Eine Aufgabe von Ingmar Rubin

Gegeben sei das  $\triangle ABC$  und sein Umkreis  $k$  mit dem Radius  $r$ . Der Mittelpunkt vom Umkreis befinde sich im Koordinatenursprung,  $M(0,0)$ . Ferner seien gegeben der Winkel  $\alpha$  zwischen  $x$ - Achse und Strecke  $\overline{MA}$  und der Winkel  $\beta$  zwischen  $x$ - Achse und Strecke  $\overline{MB}$ . Die Höhen des Dreiecks  $ABC$  schneiden sich im Punkt  $P(x,y)$ .

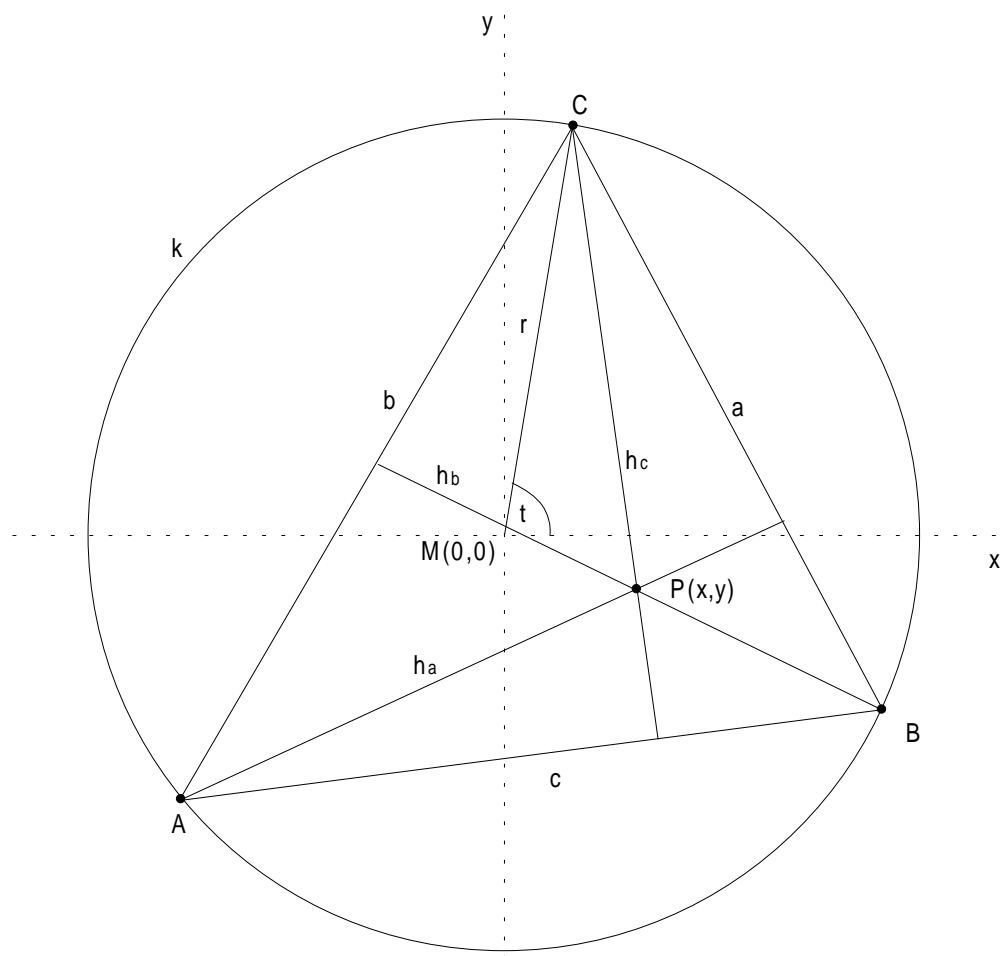


Abbildung 1: Bild zur Aufgabenstellung

1. Welche Ortskurve beschreibt der Punkt  $P$  wenn Punkt  $C$  einmal entlang der Kreispe-  
ripherie bewegt wird ? Der Drehwinkel  $t$  aus Abbildung 1 durchläuft das Intervall  
 $0 \leq t \leq 2\pi$ . Benutze zur Darstellung das Programm **EUKLID** <http://www.mechling.de/>  
(Beispieldatei [hoehenschnittpunktcurve.geo](http://www.mechling.de/hoehenschnittpunktcurve.geo)) oder das Programm **Zirkel und Lineal**  
<http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zul.html>
2. Leite eine Parameterdarstellung für die Koordinaten von  $P$  in der Form  $x = x(t)$  und  
 $y = y(t)$  her.
3. Untersuche die Fälle, dass der Punkt  $B$  einmal außerhalb und einmal innerhalb des  
Umkreises liege. Betrachte speziell die Ortskurven für
  - (a)  $R = \overline{MB} = 0.5 \cdot r$  und
  - (b)  $R = \overline{MB} = 2.0 \cdot r$Zeichne die Kurven für  $r = 10 \text{ cm}$ ,  $\alpha = \frac{4\pi}{3}$  und  $\beta = 2\pi$  mit Hilfe eines Computerpro-  
gramms.
4. Für das Winkelpaar  $\alpha = \pi$ ,  $\beta = 2\pi$  vereinfachen sich beide Kurven aus Fall (a)  
und (b). Transformiere die Parameterdarstellung der Ortskurven in die algebraische  
Normalform  $F(x, y) = 0$  (Hinweis:  $F$  darf keine Winkelfunktionen enthalten!).
5. Bestimme aus  $F(x, y)$  die algebraische Ordnung der Kurve. Versuche die Darstellung  
einer bekannten algebraischen Kurve zuzuordnen.

Punktezahl=10

---