

Besondere Punkte im Dreieck Teil I

Ortskurve des Höhenschnittpunktes

Eine Aufgabe von Ingmar Rubin

Gegeben sei das $\triangle ABC$ und sein Umkreis k mit dem Radius r . Der Mittelpunkt vom Umkreis befinde sich im Koordinatenursprung, $M(0,0)$. Ferner seien gegeben der Winkel α zwischen x - Achse und Strecke \overline{MA} und der Winkel β zwischen x - Achse und Strecke \overline{MB} . Die Höhen des Dreiecks ABC schneiden sich im Punkt $P(x,y)$.

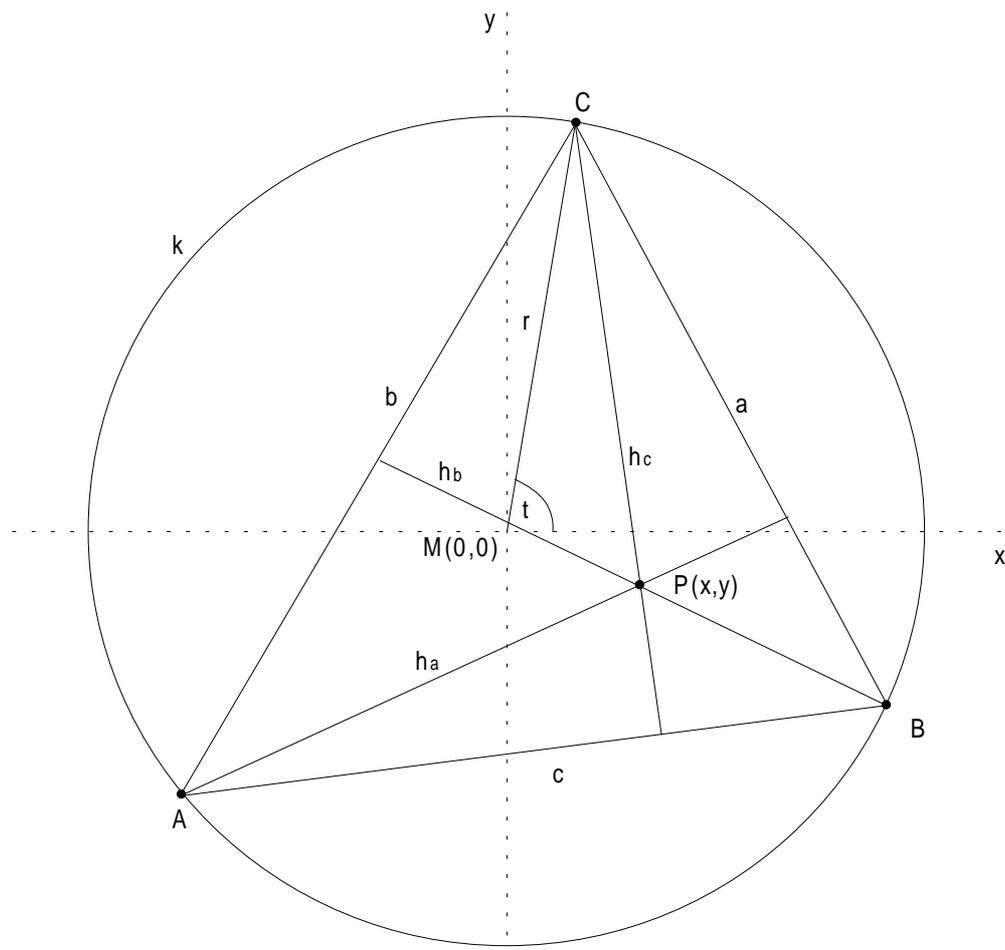


Abbildung 1: Bild zur Aufgabenstellung

1. Welche Ortskurve beschreibt der Punkt P wenn Punkt C einmal entlang der Kreispe-
ripherie bewegt wird ? Der Drehwinkel t aus Abbildung 1 durchläuft das Intervall
 $0 \leq t \leq 2\pi$. Benutze zur Darstellung das Programm **EUKLID** <http://www.mechling.de/>
(Beispieldatei [hoehenschnittpunktcurve.geo](http://www.mechling.de/hoehenschnittpunktcurve.geo)) oder das Programm **Zirkel und Lineal**
<http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zul.html>
2. Leite eine Parameterdarstellung für die Koordinaten von P in der Form $x = x(t)$ und
 $y = y(t)$ her.
3. Untersuche die Fälle, das der Punkt B einmal außerhalb und einmal innerhalb des
Umkreises liege. Betrachte speziell die Ortskurven für
 - (a) $R = \overline{MB} = 0.5 \cdot r$ und
 - (b) $R = \overline{MB} = 2.0 \cdot r$Zeichne die Kurven für $r = 10 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ und $\beta = 2\pi$ mit Hilfe eines Computerpro-
gramms.
4. Für das Winkelpaar $\alpha = \pi$, $\beta = 2\pi$ vereinfachen sich beide Kurven aus Fall (a)
und (b). Transformiere die Parameterdarstellung der Ortskurven in die algebraische
Normalform $F(x, y) = 0$ (Hinweis: F darf keine Winkelfunktionen enthalten !).
5. Bestimme aus $F(x, y)$ die algebraische Ordnung der Kurve. Versuche die Darstellung
einer bekannten algebraischen Kurve zuzuordnen.

Punktezahl=10
