

Die Bananen des Sultans

aus *Bild der Wissenschaft*

Heft, Juli 2005

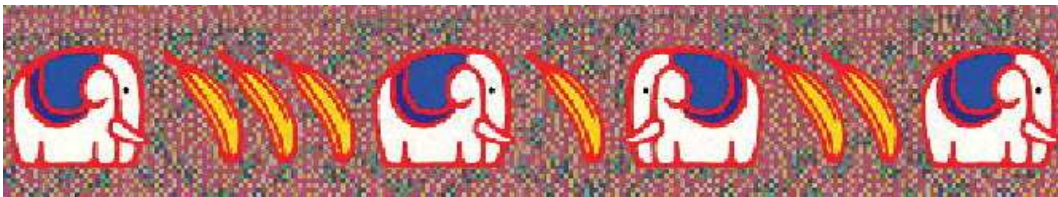


Abbildung 1: Die Elefanten des Sultans

Langsam und sorgfältig stopfte sich Baron von Münchhausen seine Pfeife und zündete sie mit einem Fidibus an. Dann nahm er ein paar Züge, sah in die Runde und begann zu erzählen. 'Im Jahre 1761 war ich beim Sultan von Abu Telfan am Fuße des Mondgebirges zu Gast. Wir verbrachten die Tage mit der Jagd auf Berglöwen und durchstreiften das Gebirge, um die letzten Einhörner zu suchen. Eines Tages bat mich der Sultan zu sich in seine Privatgemächer und sagte: Teurer Freund, ich habe einen wertvollen weißen Elefanten namens Abul Abbas. Den möchte ich gerne auf dem Markt von Timbuktu verkaufen. Aber es gibt niemanden unter meinen Untertanen, dem ich ihn anvertrauen würde. Könntet Ihr für mich den Elefanten nach Timbuktu bringen? Das Vertrauen des Sultans ehrte mich und so sagte ich zu.'

Der Baron trank einen Schluck Portwein und fuhr dann fort: 'Die Entfernung von Abu Telfan nach Timbuktu beträgt genau 1000 Meilen. Der Sultan gab mir als Marschverpflegung für den Elefanten 3000 Bananen mit. Teurer Freund, sagte der Sultan. Abul Abbas muss nach jeder zurückgelegten Meile eine Banane zu fressen bekommen, nicht mehr, aber auch nicht weniger. Und er darf auf gar keinen Fall mehr als 1000 Bananen gleichzeitig tragen. Der Weg nach Timbuktu führt quer durch die Wüste, und es gibt keine Oasen, in denen Ihr Futter nachkaufen könnt. Ihr werdet also Teile des Weges mehrfach gehen und Zwischenlager für die Bananen anlegen müssen. Die Reise schien nicht nur eine körperliche, sondern auch eine geistige Herausforderung zu werden. Da Bananen damals recht wertvoll waren und auf dem Markt in Timbuktu zu einem hohen Preis gehandelt wurden, nahm ich mir vor, sparsam mit ihnen umzugehen und mit möglichst vielen Bananen in Timbuktu anzukommen.'

'Wie viele Bananen konntet Ihr denn schließlich auf dem Markt verkaufen?', fragte der alte General von Oorde. 'Natürlich die maximal mögliche Zahl', erwiderte Baron von Münchhausen und griff wieder nach seinem Portwein. 'Könntet Ihr uns vielleicht die genaue Zahl nennen?', wollte Graf von Frenswegen wissen. 'Lieber Freund, Eure Frage überrascht mich.' Der Baron zog die Augenbrauen hoch. 'Das könntet Ihr Euch doch ganz leicht selbst überlegen.'

Kennen Sie die Zahl?

Lösungsvorschlag, nach einer Idee von Swen Lünig

Bei den folgenden Überlegungen wird davon ausgegangen, dass Bananen nur vom Ausgangs- zum Zielort transportiert werden. Für einen Rückweg werden immer nur soviel Bananen, wie der Elefant benötigt, mitgenommen. Dieses Mitnehmen von Bananen wird nicht als Transport aufgefasst.

Desweiteren wird nur betrachtet, dass es maximal zwei Lager, zwischen denen Bananen transportiert werden, gibt. Erst wenn alle verbliebenen Bananen und der Elefant sich im zweiten Lager befinden, beginnt der Transport zu einem neuen Lager. Da der Elefant maximal 1000 Bananen bewegen kann, er wieder zum ersten Lager zurückkehren muss und möglichst Bananen im zweiten Lager übrigbleiben sollen, ist der Abstand zwischen zwei Lagern kleiner als 500 Meilen.

Um die 3000 Bananen vom Ausgangsort wegzubewegen, muss der Elefant mindestens dreimal weggehen und dementsprechend mindestens zweimal zurückkehren. Die Entfernung zum ersten Zwischenlager wird mit x_1 ($x_1 < 500$) bezeichnet. Dieser Weg wird insgesamt 5-mal zurückgelegt, so dass im ersten Zwischenlager $3000 - 5x_1$ übrigbleiben.

Solange mehr als 2000 Bananen vorhanden sind, entspricht der Verlust an Bananen mindestens dem 5-fachen des Abstandes beider Lager. Bei mehr als 1000 Bananen beträgt der Verlust immer noch das 3-fache des Abstandes. Zum Schluss reicht ein Transport und der Verlust entspricht dem Abstand.

Für das erste Zwischenlager sind Werte von 2995 ($x_1 = 1$) bis 505 ($x_1 = 499$) Bananen möglich. Als günstigster Wert wird 2000 ($x_1 = 200$) betrachtet, da damit gleich ein 3-er Transport möglich ist. Größere Werte würden noch einen verlustreichen 5-er Transport bedeuten und kleinere Werte erfordern auch einen 3-er Transport, wobei der Entfernungsgewinn aber durch einen 5-er Transport erkauft wird. Im ersten Zwischenlager befinden sich also 2000 Bananen und er ist noch 1800 Meilen vom Zielort entfernt.

Vom ersten Zwischenlager geht es mit einem 3-er Transport zum zweiten Zwischenlager. Der Abstand zwischen beiden beträgt x_2 ($x_2 < 500$). Im zweiten

Zwischenlager können somit 1997 ($x_2 = 1$) bis 503 ($x_2 = 499$) Bananen übrigbleiben. Bei Wahl von $x_2 = 334$ wird gerade die 1000 unterschritten, so dass ein 1-er Transport möglich wird. Glücklicherweise ist die restliche Entfernung ($1000 - 200 - 334 = 466$) dann bereits kleiner als 500 und kann tatsächlich ohne Rückweg Überwunden werden. Im zweiten Zwischenlager befinden sich 998 Bananen.

Der Elefant nimmt alle 998 Bananen des zweiten Zwischenlagers mit und erreicht den Zielort nach 466 Meilen mit noch $998 - 466 = 532$ Bananen. Die maximal mögliche Zahl Bananen im Zielort lautet also 532.

Nachtrag: Falls nicht ganze Bananen transportiert werden müssen, kann $1000/3$ als x_2 gewählt werden. Es bleiben dann im zweiten Zwischenlager genau 1000 Bananen übrig. Der Restweg beträgt $800 - 1000/3$ Meilen und am Zielort bleiben $1000 - (800 - 1000/3) = 1600/3 = 533 \frac{1}{3}$ Bananen übrig.