

# Flussfahrt

## 14. Mathematikwettbewerb

TU Ilmenau, 1988

### Aufgabenstellung

Ein Amphibienfahrzeug soll vom Punkt  $A$  des Flußufers  $R$  zum Punkt  $B$  der Flußufers  $L$  fahren.  $B$  liege senkrecht gegenüber  $A$ . Das Fahrzeug fährt so, daß sein Bug stets auf den Punkt  $B$  gerichtet ist, d.h. die Richtung der Eigengeschwindigkeit des Bootes ist gegeben.

Der Betrag der Eigengeschwindigkeit sei  $v = \text{const.}$ . Der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers sei  $c = \text{const.}$ . Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers sei an jeder Stelle des Flusses dieselbe (vgl. Abbildung 1). Die Breite des Flusses sei  $a$ . Das Fahrzeug wird als Punkt betrachtet und die Verwendung des angegebenen  $x-y$  Koordinatensystems sei empfohlen.

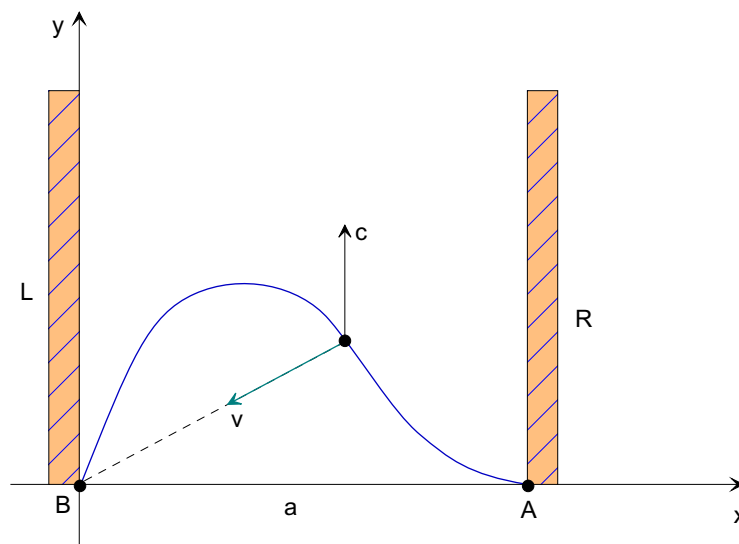


Abbildung 1: Skizze zur Aufgabenstellung

1. Welchem System von Differentialgleichungen genügen die Koordinaten  $x(t)$ ,  $y(t)$  des jeweiligen Ortes des Bootes ?
2. Man bilde eine zeitfreie Differentialgleichung für die Bahnkurve des Fahrzeuges!

3. Die Bahnkurve ist durch Integration der DGL in der Form  $y = f(x)$  anzugeben!
4. In welchem Größenverhältnis müssen  $v$  und  $c$  stehen, damit daß Fahrzeug Punkt  $B$  erreicht?
5. Kann es mit  $A$  als Ausgangspunkt auch andere Punkte des Ufer's  $L$  erreichen?
6. In welchem Abstand  $x_{max}$  vom Ufer  $L$  erreicht das Boot die maximale Entfernung zur Grundlinien  $AB$  ?

**Anleitung**

Der Ort des Bootes werde durch den Ortsvektor des Punktes beschrieben, an dem das Amphibienfahrzeug sich zur Zeit  $t$  befindet

$$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)] \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit des Fahrzeuges,

$$\vec{r}'(t) = [\dot{x}(t), \dot{y}(t)] \quad (2)$$

setzt sich vektoriell aus seiner Eigengeschwindigkeit und der Strömungsgeschwindigkeit des Flusses zusammen. Die unter 2.) gesuchte DGL ist vom Typ

$$y' = F\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3)$$

wobei  $y(x)$  als Bahnkurve gesucht ist.

Punktezahl=10

---