Vorwarnsystem

Ingmar Rubin, Berlin

5. Oktober 2003

Siegfried und Bernhard sind Entwicklungsingenieure bei einer großen Automobilfirma. Der Vetriebsschef hat für das Design der neuen *XXL-C2 Class* ein neues Sicherheitsfeature gefordert - natürlich etwas, was die Konkurrenz noch nicht vorzuweisen hat.
Siegfried grübelt schon lange an einem *Vorwarnsystem*, das Auffahrunfälle zuverlässig vermeiden soll. In einer Fachzeitschrift hat er vor kurzem einen Infrarot-Laserentfernungssensor entdeckt, der vorausliegende Hindernisse - etwa ein liegen gebliebener LKW oder Autostau - zuverlässig im Bereich $0 \leq s \leq 300\,m$ erfassen kann.
Bernhard schlägt vor, den Entfernungsmesser mit dem Tempomat zu koppeln, und das Fahrzeug sicher vorzeitig abzubremsen. Dazu muß der Tempomat eine Bremskurve in Abhängigkeit vom Fahrzeugort als Führungskurve erhalten. Basis für die Führungskurve ist eine Gefährdungskurve $v_g(s)$, welche direkt auf das Hindernis (Ziel) zeigt. Geht man von einer konstanten Bremsverzögerung b aus, handelt es sich um eine Wurzelfunktion im $v-s$ Diagramm. Die Führungskurve $v_f(s)$ für den Tempomat muß der Kurve $v_g(s)$ *dynamisch vorgelagert* sein.
Siegfried fragt Bernhard was er mit *dynamisch vorgelagert* meint. Bernhard erklärt : 'Der Tempomat benötigt eine bestimmte Reaktionszeit t_r bis sich die Bremskraft aufgebaut hat, ähnlich wie wenn der Fahrer plötzlich auf ein Hindernis reagieren muß. Der Abstand zwischen Führungskurve v_f und Gefährdungskurve v_g muß daher mit steigendem v_g linear wachsen.'
Außerdem wird in den Abstand zwischen den beiden Kurven eine Konstante u eingerechnet, damit das Fahrzeug in einem genügenden Abstand vor dem Hindernis zum Stillstand kommt. Die Formel zur Bestimmung des Abstandes lautet damit :

$$\Delta s = u + v_f(s) \cdot t_r, \quad t_r = 3\,s, \quad u = 20\,m \tag{1}$$

Siegfried hat sich rasch eine Skizze mit den beiden Kurven $v_g(s)$ und $v_f(s)$ angefertigt (siehe Abbildung 1 auf der folgenden Seite). Er weiß, daß der Tempomat als Führungsgöße nicht die Geschwindigkeit $v_f(s)$ sondernd deren Ableitung nach der Zeit die Bremsverzögerung $b_f(s)$ benötigt.

1. Welche Formel beschreibt die Gefährdungskurve $v_g(s)$ in Abhängigkeit vom Fahrzeugort s, und den Parametern Bremverzögerung b und Zielentfernung z ?

2. Bestimme die zugehörige Gleichung der Tempomat-Führungskurve $v_f(s)$.

3. Zeichne beide Kurven in ein $v-s$ Diagramm für $b = 1\,m/s^2, \quad z = 300\,m, \quad 0 \leq s \leq z$.

4. Welchen Verlauf hat die Bremsbeschleunigung $b_f(s)$ über dem Ort, wenn das Fahrzeug exakt auf der Führungskurve $v_f(s)$ bis zum Stillstand fährt. Stelle den Verlauf $b_f(s)$ im Intervall $0 \leq s \leq 280\,m$ graphisch dar!

Helfen Sie den beiden Ingenieuren bei ihrer Arbeit, und finden Sie die richtigen Kurvengleichungen! (10 Punkte)

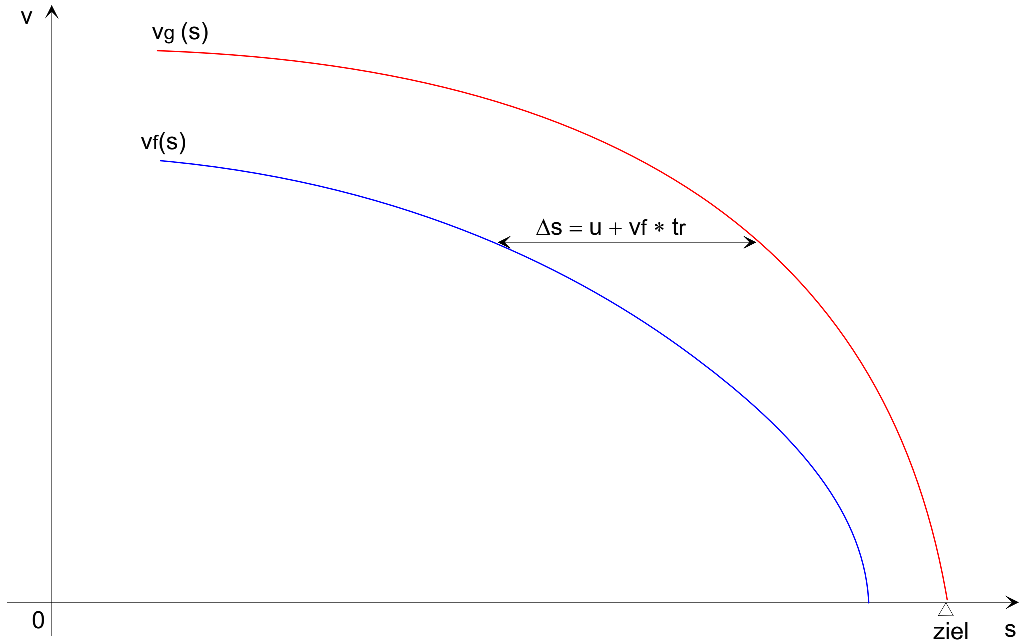

Abbildung 1: Skizze zur Aufgabe

Ermittlung der Gefährdungskurve $v_g(s)$

Ausgangspunkt unserer Überlegung ist der Energieerhaltungssatz. Das Fahrzeug besitzt bei einer Geschwindigkeit v_g die kinetische Energie:

$$W_{kin} = \frac{m}{2}\, {v_g}^2 \tag{2}$$

Diese Bewegungsenergie muß durch Bremsarbeit abgebaut werden, bis $v_g = 0$ beträgt :

$$W_{brems} = m \int_s^z b\, ds = m\, b\, (z - s) \tag{3}$$

$$W_{kin} = W_{brems} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{2}\, {v_g}^2 = m\, b\, (z - s) \quad \rightarrow \quad v_g(s) = \sqrt{2\, b\, (z - s)} \tag{4}$$

Am Ort $s = z$ beträgt $v_g(z) = 0$, d.h. die Gefährdungskurve zeigt genau auf das Ziel z.

Ermittlung der Führungskurve $v_f(s)$

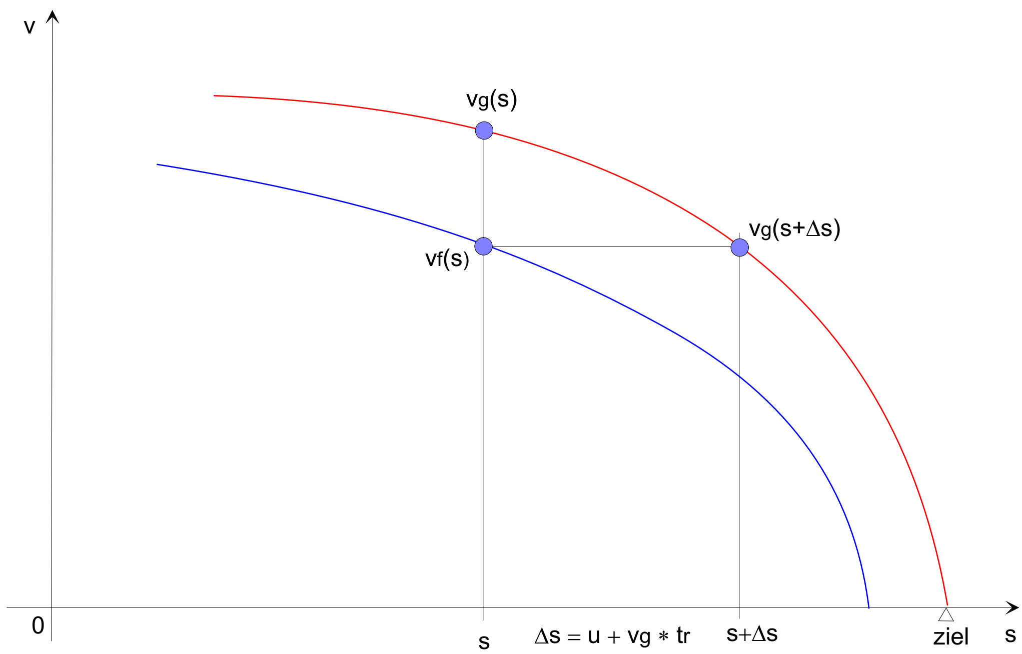

Abbildung 2: Skizze zur Berechnung der Führungskurve $v_f(s)$

Wir betrachten das Kurvendreieck in Abbildung 2. Die Ortsdifferenz zwischen zwei Punkten auf den Kurven v_g und v_f, bei gleichem Geschwindgkeitsniveau, beträgt nach Aufgabenstellung:

$$\Delta s = u + v_f(s) \cdot t_r, \quad t_r = 3\, s, \quad u = 20\, m \tag{5}$$

Wir versuchen nun aus der bekannten Funktion v_g die unbekannte Funktion v_f abzuleiten. Die Führungsgeschwindigkeit am Ort s beträgt nach Abbildung 2 genau der Gefährdungsgeschwindigkeit am Ort $s + \Delta s$.

$$v_f(s) = v_g(s + \Delta s) \tag{6}$$

Mit anderen Worten können wir aus der Formel $v_g(s)$ die Führungskurve berechnen, in dem wir an Stelle des Ortes s den Ort $s + \Delta s$ einsetzen

$$v_f(s) = v_g(s + \Delta s) = \sqrt{2\, b\, (z - (s + u + t_r\, v_f(s)))} \tag{7}$$

Gleichung (7) enthält auf beiden Seiten die gesuchte Größe $v_f(s)$. Das quadrieren beider Seiten liefert:

$$v_f{}^2 = 2\,b\,(z - (s + u + t_r\,v_f)) \tag{8}$$

Die Auflösung der quadratischen Gleichung ergibt:

$$v_f(s) = -b\,t_r + \sqrt{(b\,t_r)^2 + 2\,b\,(z - s - u)} \tag{9}$$

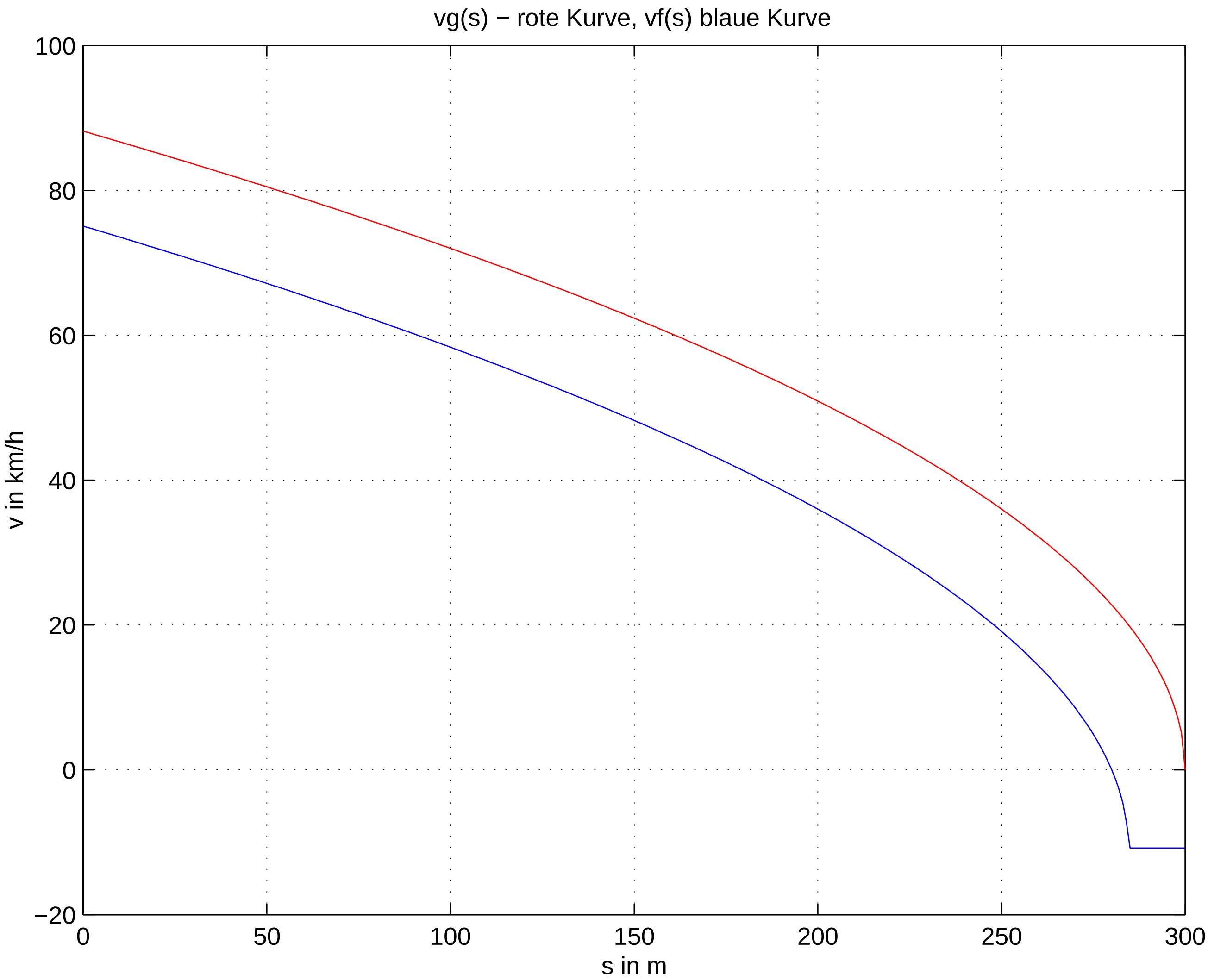

Abbildung 3: Gefährdungskurve $v_g(s)$ und Führungskurve $v_f(s)$ im Intervall $0 \leq s \leq 300\,m$

Beschleunigungsverlauf der Führungskurve über dem Ort

Gleichung (10) beschreibt die Geschwindigkeit der Führungskurve in Abhängigkeit vom Ort.

$$v_f(s) = -b\,t_r + \sqrt{(b\,t_r)^2 + 2\,b\,(z - s - u)} \tag{10}$$

Die Beschleunigung ist als erste Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit definiert. Wenn wir (10) nach t differenzieren, müssen wie beachten, das $s = s(t)$ eine zeitabhängige Größe ist (Kettenregel!):

$$b_f(s) = \frac{d}{dt}\,v_f(s) = \frac{dv_f(s)}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \quad \rightarrow \quad b_f(s) = \frac{dv_f(s)}{ds} \cdot v_f(s) \tag{11}$$

$$b_f(s) = -b + \frac{b\,t_r}{\sqrt{(b\,t_r)^2 + 2\,b\,(z - s - u)}} \tag{12}$$

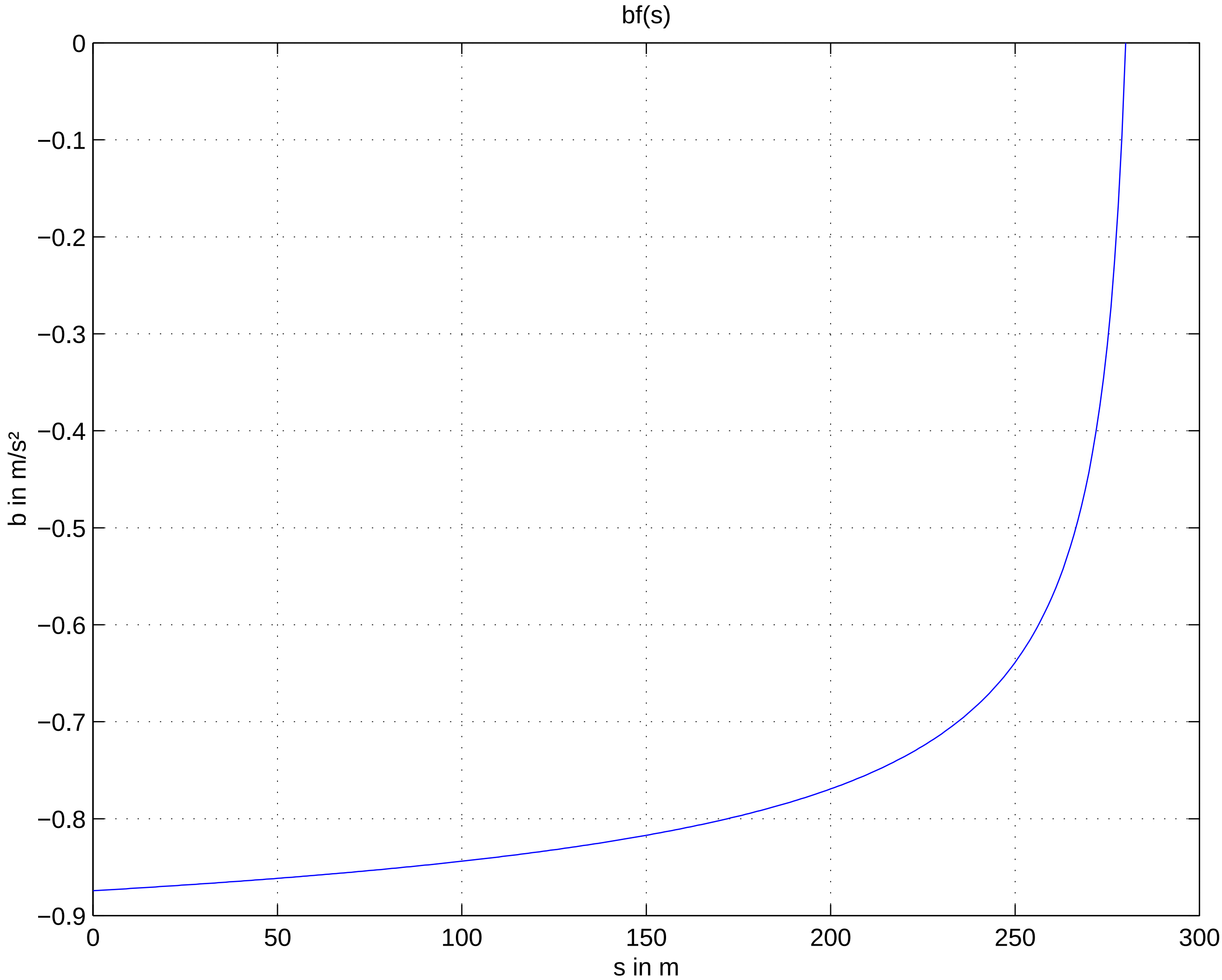

Abbildung 4: Beschleunigungsverlauf der Führungskurve im Intervall $0 \leq s \leq 280\,m$