

Sangaku Problem 12.3

Echio Nomura

Japanese Temple
Mathematical problems in Nagano Pref. Japan

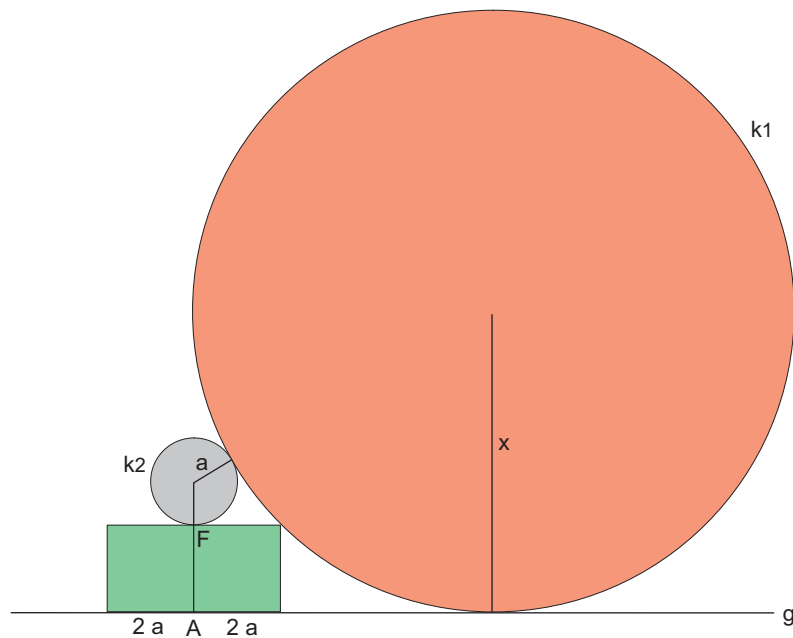


Abbildung 1: Skizze zur Aufgabe

Der Kreis k_1 mit Radius x berührt die Gerade g . Auf der Geraden befinden sich neben dem Kreis zwei Quadrate mit der Kantenlänge $2a$ und der gemeinsamen Seite \overline{AF} . Der Kreis k_2 mit Radius a berührt den Kreis k_1 in einem Punkt und die Quadrate im Punkt F , wie in Abbildung 1 gezeigt. Berechne den Radius x vom Kreis k_1 .

Lösungsvorschlag

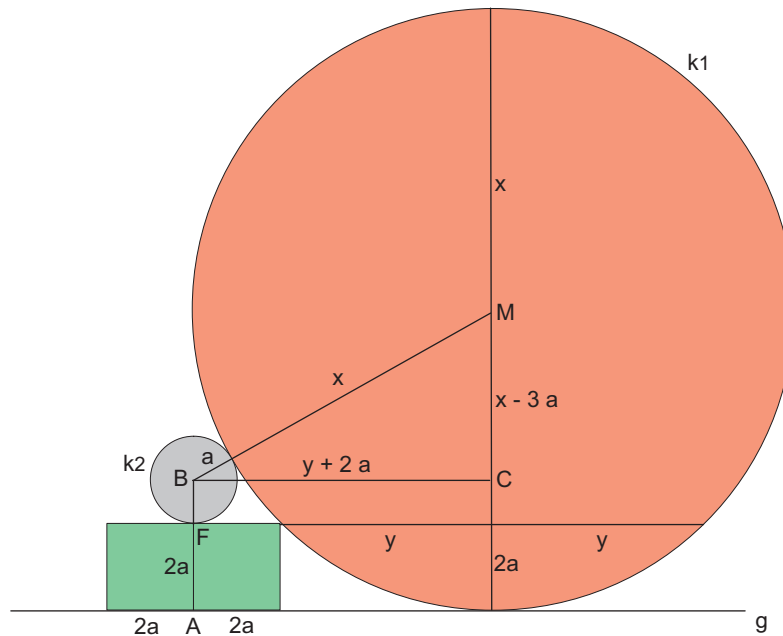


Abbildung 2: Skizze zur Lösung

Die Strecken- und Punktebezeichner seien entsprechend Abbildung 2 gewählt. Im Dreieck BCM folgt mit dem Satz des Pythagoras:

$$\triangle BCM: \quad (a+x)^2 = (x-3a)^2 + (y+2a)^2 \quad (1)$$

Im Kreis k_1 gilt für y der Sehensatz:

$$k_1: \quad y \cdot y = 2a(2x-2a) \quad (2)$$

Die Auflösung der Gleichungen (1) und (2) ergibt in Mathematica:

$$x = 2 \cdot a \cdot (2 + \sqrt{2}), \quad y = 2 \cdot a \cdot (1 + \sqrt{2}) \quad (3)$$