

Das Weihnachtsplätzchenwürfelspiel

Christian Schröder

Matheon Adventskalender, 10. Dezember 2016

Drei Weihnachtswichtel fragen den Weihnachtsmann nach seinen berühmten, leckeren Weihnachtsplätzchen. Ihnen tropft bereits der Zahn, wenn sie nur daran denken. Sie möchten gern wieder welche naschen. Der Weihnachtsmann willigt ein, aber nur nach seinen Regeln eines Würfelspiels. Das Spiel beginnt mit sechs leeren Tellern, durchnummeriert von eins bis sechs. Die Wichtel wechseln sich reihum dabei ab, mit einem fairen, traditionellen Würfel zu würfeln. Die gewürfelte Zahl, z. B. eine fünf, gehört genau zu dem Teller mit der Nummer, die gewürfelt wurde, im Beispiel die Fünf. Auf diesem Teller liegt zu Beginn kein Plätzchen. Der Weihnachtsmann legt ein Plätzchen auf diesen Teller. Der nächste Wichtel ist mit dem Würfeln an der Reihe. Würfelt er eine Zahl, zu der ein Teller mit Plätzchen gehört, dann darf er dieses Plätzchen essen, anderenfalls legt der Weihnachtsmann wieder ein Plätzchen auf den Teller und der nächste Wichtel ist an der Reihe. Das Spiel wird, solange es leere Teller gibt, wie beschrieben fortgesetzt. Gibt es also noch leere Teller, dann wird weitergewürfelt. Sollten mit dem neuen Plätzchen hingegen alle sechs Teller besetzt sein, so darf der letzte Würfler alle sechs Plätzchen essen und das ganze Spiel ist beendet. Wie viele Plätzchen werden bei diesem Spiel durchschnittlich insgesamt gegessen?

Antwortmöglichkeiten:

1. 6
2. 6,3
3. 12
4. 27,2
5. 31,4
6. 42
7. 44,6
8. 47
9. 83,2
10. unendlich viele

Anmerkungen zum Aufgabentyp

Die Aufgabe ist eine Kombination aus dem Sammlerproblem und einem Irrläuferproblem. Beim Sammlerproblem geht es darum eine vollständige Serie zu erhalten, d.h. nach wie vielen Würfeln liegt auf jedem Teller mindestens ein Keks, ohne das zwischendurch Kekse weggenommen werden. Bei 6 Tellern wären es 14,6 Würfe im Durchschnitt. Beim Irrläuferproblem startet man in einem Startpunkt und bewegt sich vor bzw. zurück in einer Kette. Die Frage ist nach wie vielen Würfeln erreicht man einen n -Schritte entfernt liegenden Punkt in der Kette. Beide Probleme lassen sich mit Hilfe von Markovketten modellieren.