

Verborgene Kegelschnitte

Ingmar Rubin, Berlin

10. November 2001

Lehrer *Karl* strapaziert die Gemüter seiner Mathematikschüler heute mit Kegelschnitten. Normalerweise lassen sich diese Gebilde recht anschaulich mit Zirkel und Lineal konstruieren. Bei der vorliegenden Aufgabe rät *Karl* den PC zu Hilfe zu nehmen, andernfalls wird es recht mühselig.

An der Wandtafel hat er zwei Kreise k_1, k_2 mit den Radien r_1 und r_2 gezeichnet. Der Abstand zwischen den Mittelpunkten beträgt $d < r_1 + r_2$, so das sich die beiden Kreislinien in den Punkten A, B schneiden. Zu dem Bild schreibt er den folgenden Aufgabentext :

Zwei gleich schwere Massepunkte P und Q bewegen sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω im gleichen Drehsinn auf k_1 bzw. k_2 . P und Q beginnen ihren Umlauf gleichzeitig in A .

1. Man zeige, daß sich der gemeinsame Schwerpunkt S zwischen P und Q auf einem Kegelschnitt bewegt.
2. Bestimme die Gleichung des Kegelschnittes in Abhängigkeit von r_1, r_2 und d .
3. Für eine bestimmte Konstellation von r_1, r_2 und d entartet der Kegelschnitt zu einem Punkt. Berechne den Radius r_2 in diesem Fall !
4. Wenn Q sich entgegengesetzt zu P bewegt - gleiche Startbedingungen vorausgesetzt - bewegt sich der gemeinsame Schwerpunkt S ebenfalls auf einem Kegelschnitt. Zeichne für $r_1 = 10 \text{ cm}$, $r_2 = 6 \text{ cm}$ und $d = 10 \text{ cm}$ die Bahnkurve des Schwerpunktes und bestimme seine Gleichung in Parameterdarstellung.

(8 Punkte)
