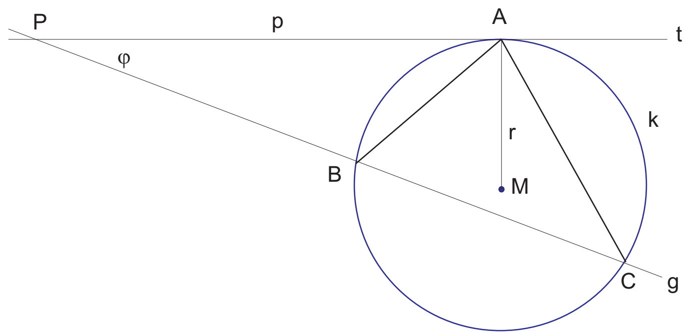
Die Tangente am Kreis

Eine Extremwertaufgabe mit geometrischen Hintergrund

von Ingmar Rubin, Berlin



Zusammenfassung

Extremwertaufgaben aus der Geometrie zählen zu einer interessanten und reizvollen Spezies innerhalb der Mathematik. Die hier vorgestellte Aufgabe wurde ab 3. Mai 2004 in der Internet Newsgroup *de.sci.mathematik* in zwei Variationen vorgestellt.
In den zurückliegenden drei Monaten gingen mehr als 80 Postings ein, die sich mit der Lösung der Aufgabe und ihren Variationen beschäftigt. Auf der Suche das Ergebnis elementargeometrisch zu interpretieren, wurden beachtenswerte Zusammenhänge entdeckt. Insbesondere sind einige, sehr schöne *Zirkel und Lineal* Konstruktionen entstanden, die man bei kurzzeitiger Betrachtung der Aufgabe nicht vermutet hätte.
Ich möchte mich bei den Mathematikfreunden *Rainer Rosenthal, Wolfgang Kirschenhofer, Jutta Gut, Dr.Klaus Nagel und Philippe* herzlich bedanken. Ohne ihr beharrliches Streben nach neuen Lösungswegen und Konstruktionsideen, währe dieser Beitrag wohl kaum denkbar gewesen.

Berlin, im Sommer 2004 *Ingmar Rubin*

Aufgabenstellung I

Gegeben sei der Kreis $k(M, r)$. Auf dem Kreis befindet sich der Punkt A durch den die Tangente t läuft. Ein Gerade g schneidet k in den Punkten B, C und die Tangente t im Punkt P. Der Schnittwinkel zwischen t, g sei mit φ bezeichnet.

Gesucht ist die Entfernung $p = AP$, bei gegebenen Winkel $\varphi = 30°$, so dass der Flächeninhalt vom Dreieck ABC maximal wird. Zeige das die Strecke p mit *Zirkel und Lineal* konstruierbar ist.

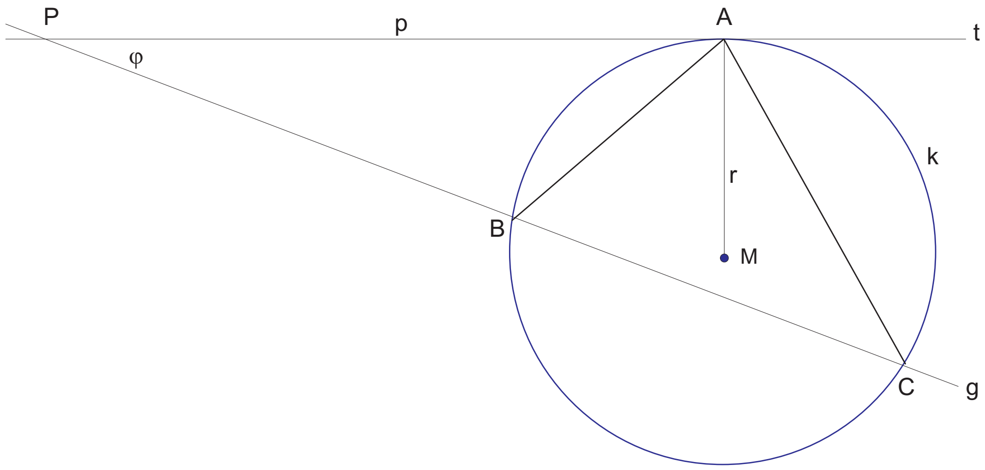


Abbildung 1: Skizze zur Aufgabenstellung I

Aufgabenstellung II

Gegeben sei der Kreis $k(M,r)$. Auf dem Kreis befindet sich der Punkt A durch den die Tangente t läuft. In der Entfernung $p = PA$ befinde sich der Punkt P auf der Tangente. Ein Gerade g läuft durch P und schneidet k in den Punkten B, C. Der Schnittwinkel zwischen t, g sei mit φ bezeichnet (Abbildung 2).
Variere φ so, dass der Flächeninhalt vom Dreieck ABC maximal wird. Zeige, dass die Höhe h_a im Dreieck ABC für den Maximalfall mit *Zirkel und Lineal* konstruierbar ist!

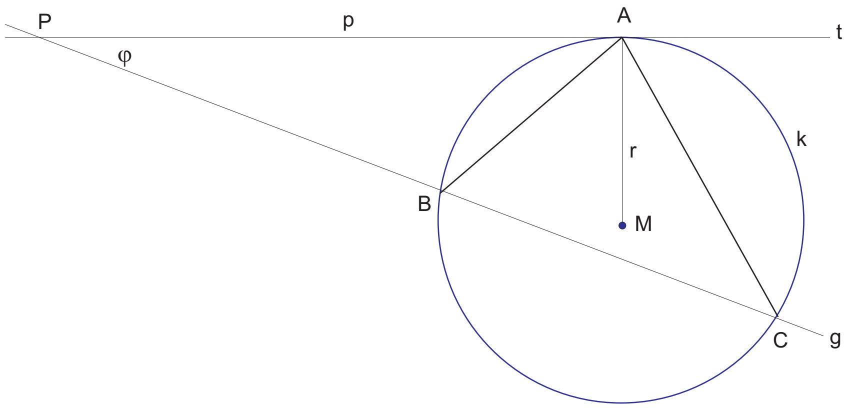


Abbildung 2: Skizze zur Aufgabenstellung