

Der Kompressor

Ein Gas soll in einem dreistufigen Kompressor vom Druck p_0 auf den Druck $p > p_0$ komprimiert werden. Der Kompressor ist mit zwei Kühlkammern versehen, die das Gas vor jedem Kompressionsvorgang wieder auf die Ausgangstemperatur bringen.

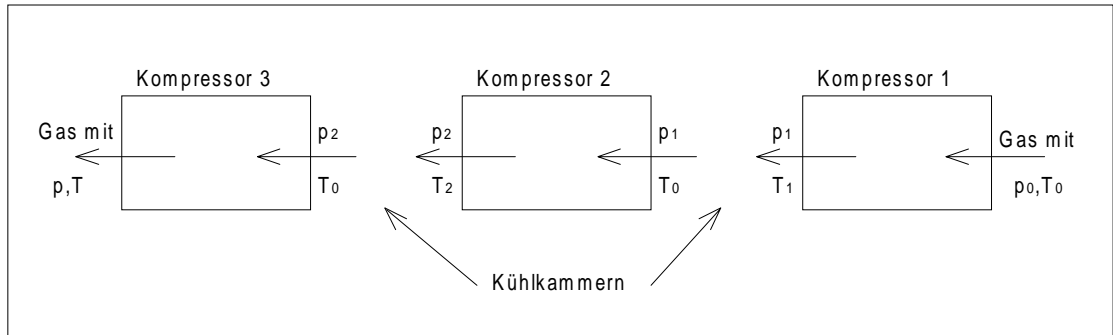


Abbildung 1: dreistufiger Kompressor

Bezeichnet man mit p_1 bzw. p_2 den Druck des Gases nach der 1. bzw. 2. Kompressionsstufe, so gilt für die Kompressionsarbeit je Mol des Gases die Formel:

$$A = f(p_1, p_2) = \frac{R \cdot T_0}{\alpha} \cdot \left[\left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\alpha - 1 \right] + \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\alpha - 1 \right] + \left[\left(\frac{p}{p_2} \right)^\alpha - 1 \right] \right] \quad (1)$$

Hierbei sind T_0 die absolute Temperatur des Gases vor der Kompression und $\alpha < 1$ eine Konstante, die von der Konstruktion des Kompressors abhängig ist. Wie sind die Drücke p_1 und p_2 zu wählen ($p_0 < p_1 < p_2 < p$), damit die aufzuwendende Arbeit möglichst klein wird?

1. Skizziere den zulässigen Bereich B in der p_1, p_2 Ebene!
2. In welchem Punkt $P(p_{10}, p_{20})$ besitzt die Funktion $f(p_1, p_2)$ ein lokales Extremum? Welche Art von Extremum liegt vor?
3. Zeige das der Punkt $P(p_{10}, p_{20})$ im Bereich B liegt!