

Untersuchung von Ausgleichsvorgängen am Personalcomputer

Ein Beitrag von Ingmar Rubin

Zusammenfassung

Ausgleichsvorgänge finden in den verschiedensten Gebieten von Natur und Technik statt. Das gesamte Wettergeschehen, die Entstehung von Luftbewegungen oder der Antrieb zahlreicher Meeresströmungen hat seine Ursachen im Temperatenausgleich zwischen kalten und warmen Luftschichten - bzw. Wassermassen.

Der Abkühlungsvorgang von einem Glas mit heißen Wasser ist Gegenstand im Physikunterricht. Zu Beginn ist die Temperaturdifferenz zwischen dem Wasserglas und der Raumtemperatur groß - entsprechend schnell findet der Temperatenausgleich (Abkühlungsvorgang) statt. Mit zunehmender Zeit sinkt die Abkühlungsgeschwindigkeit. Am Ende ist die Temperaturdifferenz sehr klein. Der Ausgleichsvorgang schreitet äußerst langsam voran - es handelt sich um eine abklingende Exponentialfunktion.

Für die Berechnung von Ausgleichsvorgängen, ist die Kenntnis von Differentialgleichungen notwendig. In einigen Leistungskursen an Gymnasien werden sie behandelt. Das von *W. Hupfeld* entwickelte Programm *DYNASIS* gestattet es beliebige Ausgleichsvorgänge am PC zu simulieren. Es wurde für mathematisch interessierte Schüler geschaffen und setzt die Kenntnis über Differentialgleichungen noch nicht voraus. Das Programm dürfte inzwischen an vielen Schulen mit Internetzugang im Einsatz sein. *DYNASIS* kann von der Homepage des Programmauthors als zunächst kostenfreies Sharewareprogramm geladen werden:

<http://www.schulen.hamm.de/projekte/modsim/>

An Hochschulen und Universitäten hat sich das Programm *MATLAB* mit der Toolbox *SIMULINK* durchgesetzt. Auf der Homepage von Scientific Computers sind Beispiele aufgezeigt:

<http://www.scientific.de/>

Als kostenfreie Alternative zur Simulation von Differentialgleichungssystemen eignet sich auch das Programm *SCILAB*:

<http://www-rocq.inria.fr/scilab/>

Zur Lösung des folgenden Problems sollte man unbedingt eines der aufgeführten PC-Programme benutzen - insbesondere die graphische Ausgabe der Lösungskurven dürfte anders kaum möglich sein.

1 Aufgabenstellung

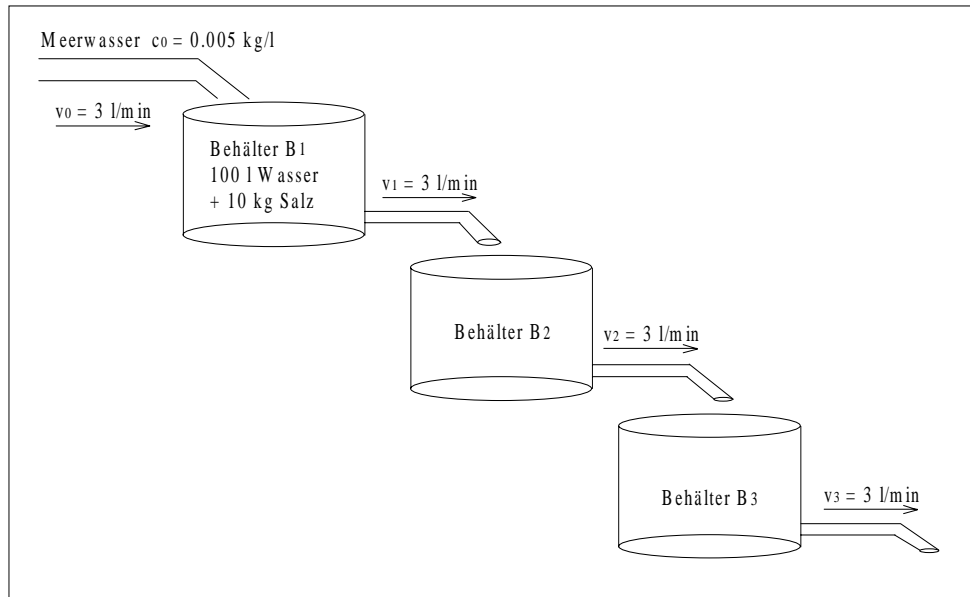


Abbildung 1.1: Kaskade aus den drei Flüssigkeitsbehältern

Gegeben ist eine Kaskade aus drei Flüssigkeitsbehältern mit je 100 Liter Fassungsvermögen (Bild 1.1). Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich im Behälter $B_1 = 100\text{ l}$ Wasser in dem 10 kg Kochsalz gelöst sind. In den Behältern B_2 und B_3 befinden sich je 100 Liter reines Leitungswasser.

In den Behälter B_1 fließt pro Minute 3 Liter Meerwasser der Salzkonzentration $c_0 = 0.005\text{ kg/l}$ ein. Ebenso viel Wasser fließt je Minute vom Behälter B_1 in den Behälter B_2 und von dort in den Behälter B_3 .

Der Abfluß vom Behälter B_3 wird in ein Sammelbecken geleitet. Durch den überlauf vom Behälter B_1 gelangt salzhaltiges Wasser in die nachfolgenden Behälter.

Ein Rührwerk sorgt in jedem Behälter für eine gleichmäßige Konzentrationsverteilung.

1. Gesucht ist für alle drei Behälter die gelöste Salzmenge als Funktion über der Zeit !
2. Bestimme den Zeitpunkt $t_{2,max}$ an dem die Salzkonzentration im Behälter B_2 maximal wird ! Wie groß ist die Salzmenge in diesem Moment im Behälter B_2 ?
3. Bestimme den Zeitpunkt $t_{3,max}$ an dem die Salzkonzentration im Behälter B_3 maximal wird ! Wie groß ist die Salzmenge zu diesem Zeitpunkt im Behälter B_3 ?
4. Untersuchen Sie den Ausgleichsvorgang für den Fall, das in den Behälter B_1 kein Meerwasser sondern Leitungswasser mit der Salzkonzentration $c_0 = 0\text{ kg/l}$ einfließt !

Punktezahl:10