Treffpunkt auf der Brücke

aus Quantum Cyber Teaser No. B309

November+Dezember 2000

Nick verlässt Nickstadt um 10:18 Uhr Vorrmittags und erreicht Georgestadt um 13:30 Uhr am Nachmittag. Nick wandert mit konstanter Geschwindigkeit.
Am gleichen Tag verlässt George um 9:00 Uhr Vormittags Georgestadt und erreicht um 11:40 Uhr Nickstadt. George wandert mit konstanter Geschwindigkeit auf der gleichen Straße wie Nick.
Die Straße überquert einen breiten Fluss. Nick und George erreeichen die Brücke zur gleichen Zeit, jeder von seiner Seite des Flusses. Nick verlässt die Brücke eine Minute später als George.

Wann haben die Beiden die Brücke erreicht?

Abbildung 1: Skizze zur Aufgabe

Lösungsvorschlag

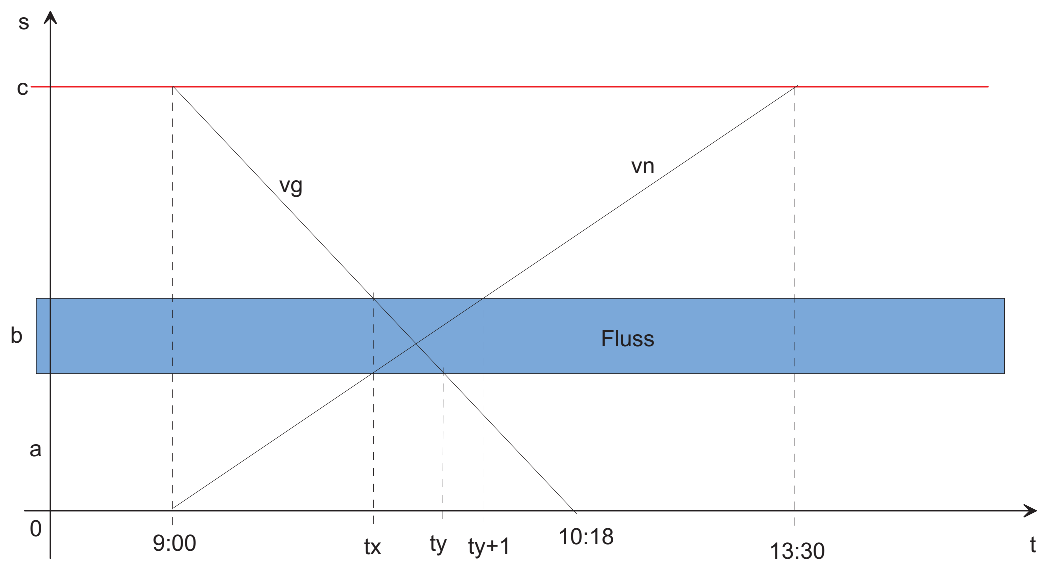

Abbildung 2: Skizze zur Loesung

Wir veranschaulichen die Aufgabe in einem Weg-Zeit-Diagramm. Da Nick und George mit konstanten Geschwindigkeiten laufen, sind ihre Bewegungskurven Geraden im $s - t$ Diagramm. Sei c die Entfernung zwischen den beiden Städten (rote Linie). Sei a die Entfernung des Flussufers von Nickstadt aus gemessen und b die Breite der Brücke. Für die Geschwindigkeiten beider Läufer gilt dann:

$$v_g = \frac{c}{11:40 - 9:00}, \quad v_n = \frac{c}{13:30 - 10:18} \quad \rightarrow \quad \frac{v_g}{v_n} = \frac{192}{160} = \frac{6}{5} \tag{1}$$

Sei t_x der Zeitpunkt an denen beide Läufer die Brücke erreichen und t_y der Zeitpunkt zu dem George die Brücke wieder verlässt. Für die Brückenüberquerung ergibt sich dann:

$$v_g = \frac{b}{t_y - t_x}, \quad v_n = \frac{b}{t_y + 1 - t_x} \tag{2}$$

Das Verhältnis der Geschwindigkeiten zueinander beträgt im Vergleich zu (1):

$$\frac{v_g}{v_n} = \frac{\frac{b}{t_y - t_x}}{\frac{b}{t_y+1-t_x}} = \frac{t_y - t_x + 1}{t_y - t_x} = \frac{6}{5} \tag{3}$$

Rechnen wir die Zeiten in Minuten vom Start um $9:00$ Uhr können wir weitere Verhältnisgleichungen aufstellen (Strahlensatz im s-t Diagramm anwenden!):

$$v_g = \frac{a}{160 - t_y} = \frac{c}{160}, \quad v_n = \frac{a}{t_x - 78} = \frac{c}{270 - 78} \tag{4}$$

Aus dem Vergleich $a : c$ erhalten wir:

$$\frac{a}{c} = \frac{t_x - 78}{270 - 78} = \frac{160 - t_y}{160} \tag{5}$$

Die Gleichungen (3) und (5) enthalten die unbekannten Zeiten t_x und t_y. Nach Auflösung beider Gleichungen erhält man $t_x = 120\,min, \quad t_y = 125\,min$. Gemessen vom Startzeitpunkt um 9:00 Uhr erreichen die beiden Läufer um 11:00 Uhr die Brücke.